

# Verlässliche Echtzeitsysteme

## Übungen zur Vorlesung

Florian Franzmann, Martin Hoffmann

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg  
Lehrstuhl Informatik 4 (Verteilte Systeme und Betriebssysteme)  
www4.informatik.uni-erlangen.de

24. Mai 2012



# Überblick

1 Abstrakte Interpretation mit Astrée

2 Aufgabenstellung



## Astrée [1]

- Ziel: Nachweis der Abwesenheit von Laufzeitfehlern
- findet alle potentiellen Laufzeitfehler
- leider auch *falsch-positive*  
↳ wegen Gödelschem Unvollständigkeitstheorem  
*Jedes hinreichend mächtige formale System ist entweder widersprüchlich oder unvollständig.*
- Programm ist korrekt, wenn
  - Astrée keine Alarme meldet
  - oder  $\forall$  Alarme nachgewiesen, dass falsch-positiv



## Astrée weist nach

- Überschreitung von Array-Grenzen
- Ganzzahldivision durch Null
- ungültige Dereferenzierung, arithmetische Überläufe
- ungültige Gleitkommaoperationen
- dass Code nicht erreichbar ist
- Lesezugriff auf nicht initialisierte Variablen
- Verletzung benutzerdefinierter Zusicherungen



## Was Astrée nicht kann

### Astrée kann nicht umgehen mit

- Rekursionen
- dynamischem Speicher



## Einschränkungen

Astrée nimmt an, dass als Einschränkungen gelten:

1. der C99-Standard
2. implementierungsabhängiges Verhalten
  - Größe von Datentypen
  - Gleitkommastandard
  - ...
3. benutzerdefinierte Einschränkungen
  - z. B. ob statische Variablen mit 0 initialisiert werden
4. außerdem benutzerspezifizierte Zusicherungen



## Benutzerdefinierte Zusicherungen

### \_\_ASTREE\_known\_fact((B))

- wird nicht weiter überprüft
- Analyzer warnt, falls B nicht wahr werden kann

### \_\_ASTREE\_assert((B))

- Analyzer erzeugt Alarm, falls B nicht immer wahr
- B kann nicht von der Form  $e_1 ? e_2 : e_3$  sein

- Analyzer nimmt danach an, dass B wahr ist
- einziger Unterschied: wann ein Alarm ausgelöst wird



## Beispiel

```
1  /*
2  #include <astree.h> // Astree-Makros abschalten
3  */
4
5  float filter(Alpha_State *s, float val) {
6      __ASTREE_known_fact((val == val));
7      __ASTREE_known_fact((val <= FLT_MAX
8          && val >= FLT_MIN));
9      __ASTREE_known_fact((s->val == s->val));
10     __ASTREE_known_fact((s->val <= FLT_MAX
11         && val >= FLT_MIN));
12     __ASTREE_assert((0 < s->alpha));
13     __ASTREE_assert((s->alpha < 1));
14
15     float residual = val - s->val;
16     s->val = s->val + s->alpha * residual;
17
18     __ASTREE_assert((s->val == s->val));
19     // ...
20     return s->val;
21 }
```



## Variable auf „unbekannter Wert“ setzen

```
__ASTREE_modify((V1, ..., Vn))
```

- zeigt an, dass Variablen V1 bis Vn unbekanntes Wert haben  
~> braucht man um Stubs zu bauen



## volatile

```
__ASTREE_volatile_input((V))
```

- zeigt an, dass V sich jederzeit ändern kann

```
__ASTREE_volatile_input((Vp, r))
```

- p ist Pfad in der Variablen,  
z. B. V.a[3-4].b ~> Variable V, Arrayelemente a[3] und a[4],  
Struct-Element b
  - [i] ~> Element i
  - [i-j] ~> Elemente i bis j
  - [] ~> alle Elemente
- r schränkt Wertebereich ein [i, j] ~> von i bis j



## Analyse untersuchen

```
__ASTREE_analysis_log(())
```

- gibt Zustand der Analyse an dieser Stelle aus

```
__ASTREE_log_vars((V1, ..., Vn))
```

- zeigt Zustand der Analyse in Bezug auf einzelne Variablen an

```
__ASTREE_print(("text"))
```

- gibt Text aus



## Astrée verwenden

- Astrée ist im CIP installiert und kann folgendermaßen gestartet werden:

```
% /proj/i4ezs/tools/astree/bin/astreec
```

- Anmeldung mit Benutzername und Passwort

~> Passwort wird bei der ersten Anmeldung festgelegt

- Dokumentation unter

```
/proj/i4ezs/tools/astree/share/astree_c/help
```



## Anmelden

Host faui48d.informatik.uni-erlangen.de

Port 36000

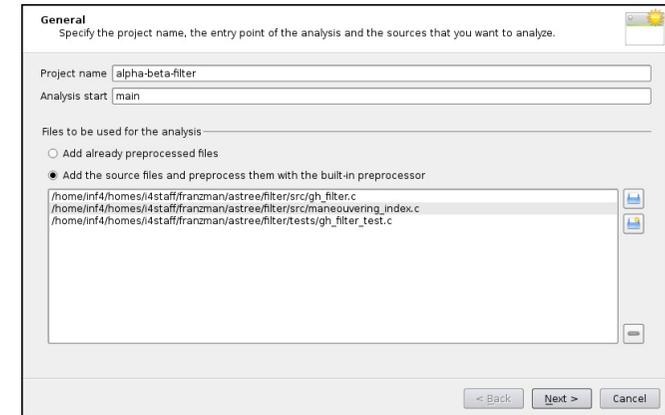
Username nach Belieben

Passwort bei der ersten Anmeldung festlegen und gut merken



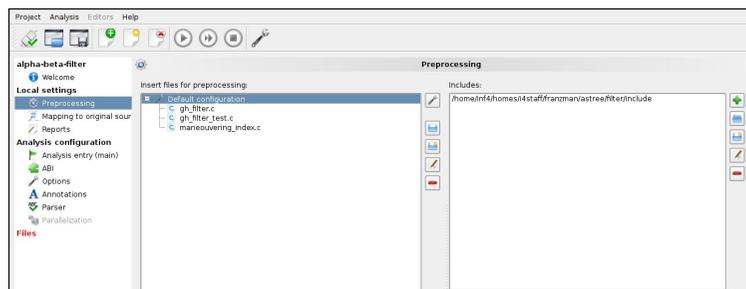
## Projekt anlegen

### ■ Quelldateien zum Projekt hinzufügen



## Präprozessoreinstellungen

### ■ Include-Pfade festlegen



## Table of Contents

1 Abstrakte Interpretation mit Astrée

2 Aufgabenstellung



## Aufgabenstellung

- einfaches Filter implementieren
- Korrektheit der Implementierung nachweisen
  - ↪ Astrée
- zunächst mit Gleitkommaarithmetik
  - ↪ float
- dann für einen 8 Bit-Mikrocontroller mit Festkommaarithmetik



## Festkommaarithmetik – Q-Notation

- kaum ein Mikrocontroller hat eine Gleitkommaeinheit
  - ↪ Festkommaarithmetik mit Ganzzahlen
- Zahlenformat häufig in Q-Notation [7] angegeben
- $Qm.n$  ↪ Festkommazahl mit
  - $m$  Bit vor dem Komma
  - $n$  nach dem Komma
  - und einem Vorzeichenbit
  - Wertebereich:  $[-2^m, 2^m - 2^{-n}]$
  - Auflösung:  $2^{-n}$

### Implementierung als Integer

↪ welches Q-Format Verwendung findet, ist dem Anwendungsprogrammierer überlassen



## Q-Notation – Beziehung zu Gleitkommazahlen

### von Gleitkomma nach Q

1. Multiplikation mit  $2^n$
2. Runden auf die nächste Ganzzahl

### von Q nach Gleitkomma

1. Umwandlung in Gleitkommazahl ↪ cast
2. Multiplikation mit  $2^{-n}$



## Operationen – Addition/Subtraktion

- Addition und Subtraktion wie bei Ganzzahlen

### Addition

```
1 int8_t a = ...;
2 int8_t b = ...;
3 int8_t result = a + b;
```

### Subtraktion

```
1 int8_t a = ...;
2 int8_t b = ...;
3 int8_t result = a - b;
```



## Operationen – Multiplikation/Division

- braucht Zwischenergebnis von doppelter Bitbreite

### Multiplikation

```
1 #define K (1 << (n - 1))
2 int8_t a = ...;
3 int8_t b = ...;
4 int16_t temp = (int16_t) a * (int16_t) b;
5 temp += K;
6 int8_t result = temp >> n;
```

### Division

```
1 int8_t a = ...;
2 int8_t b = ...;
3 int16_t temp = (int16_t) a << n;
4 temp += b / 2;
5 int8_t result = temp / b;
```



## Größe von Datentypen bestimmen I

```
■ % cat test.c
1 #include <stddef.h>
2
3 static size_t short_size = sizeof(short);
4 static size_t ushort_size = sizeof(unsigned short);
5 static size_t int_size = sizeof(int);
6 static size_t uint_size = sizeof(unsigned int);
7 static size_t long_size = sizeof(long);
8 static size_t ulong_size = sizeof(unsigned long);
9 static size_t longlong_size = sizeof(long long);
10 static size_t float_size = sizeof(float);
11 static size_t double_size = sizeof(double);
12 static size_t longdouble_size = sizeof(long double);
13 static size_t ptr_size = sizeof(void *);
14 static size_t fptr_size = sizeof(void (*)(void));
15 void main(void) {}

■ % avr-gcc -O0 -S -c test.c
```



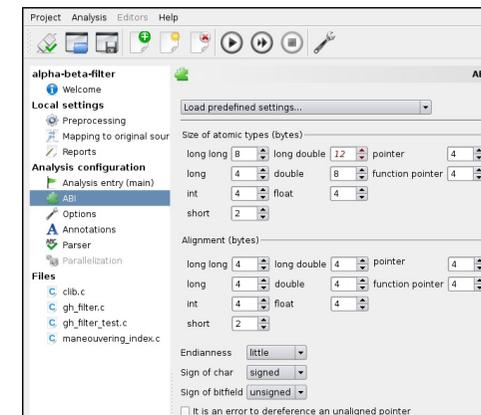
## Größe von Datentypen bestimmen II

```
■ % cat test.s
...
1 short_size:
2 .word 2 ← short zwei Byte lang
3 .subsection 2
4 .align 2
5 .type ushort_size,@object
6 .size ushort_size,4
...
```



## ABI

- ABI festlegen

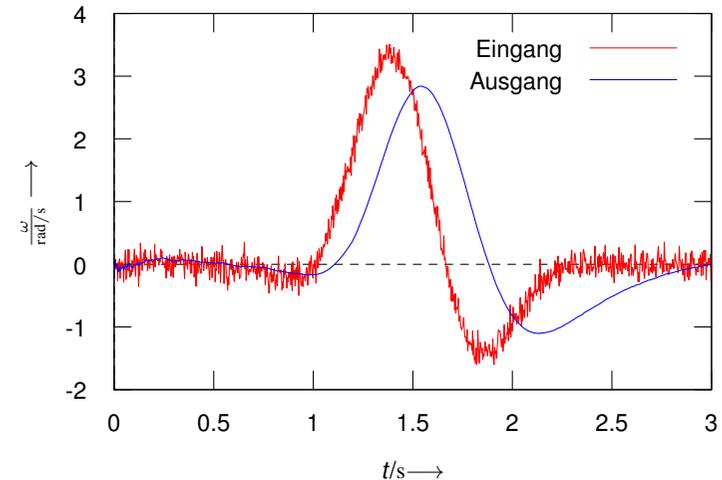


## $\alpha$ - $\beta$ -Filter [3]

- in den 1940ern für die Radarzielverfolgung entwickelt
- in der Literatur manchmal auch  $f$ - $g$ - oder  $g$ - $h$ -Filter genannt
- liefert suboptimale Schätzung für Messgröße  
 $\leadsto$  Rauschunterdrückung
- geeignet zur Schätzung von physikalischen Größen, deren Ableitung nicht 0 ist  
 z. B. Position eines Flugzeugs, Lagewinkel ...
- im I4Copter
  - liefern Sensoren häufiger Werte als diese später verarbeitet werden
  - $\leadsto$   $\alpha$ - $\beta$ -Filter für Ratenwandlung verwendet
  - $\leadsto$  nutzt gewonnene Information vollständig



## Beispiel $\alpha$ - $\beta$ -Filterung



## Filteralgorithmus

- wird für jeden Messwert ausgeführt
- $y[\kappa]$ : Eingabewert für Abtastschritt  $\kappa$
- $\hat{x}[\kappa]$ : Schätzung der Messgröße zum Abtastschritt  $\kappa$
- $T$  Abtastintervall,  $\alpha$ ,  $\beta$  Filterparameter
- Initialisierung: z. B.  $\hat{x}[0] = \dot{\hat{x}}[0] = 0$

$$r[\kappa] = y[\kappa] - \hat{x}[\kappa - 1] \quad \leadsto \text{Schätzfehler} \quad (1)$$

$$\dot{\hat{x}}[\kappa] = \dot{\hat{x}}[\kappa - 1] + \frac{\beta}{T} \cdot r[\kappa] \quad \leadsto \text{1. Ableitung} \quad (2)$$

$$\hat{x}[\kappa] = \hat{x}[\kappa - 1] + T \cdot \dot{\hat{x}}[\kappa] + \alpha \cdot r[\kappa] \quad \leadsto \text{Schätzwert} \quad (3)$$

- sinnvolle Werte für  $\alpha$  und  $\beta$ ?
  - Literatur beschreibt viele Verfahren  $\leadsto$  hier beispielhaft nur eines [5, 4]



## Filterparameter

$T$  Abtastintervall

$\leadsto$  in welchem Zeitabstand gemessen wird

$\sigma_w^2$  Prozessvarianz

$\leadsto$  wie lebhaft der gemessene Prozess ist

$\sigma_v^2$  Rauschvarianz

$\leadsto$  wie verrauscht das Signal ist

$$\lambda = \frac{\sigma_w T^2}{\sigma_v} \quad \leadsto \text{Tracking Index} \quad (4)$$

$$\theta = \frac{4 + \lambda - \sqrt{8\lambda + \lambda^2}}{4} \quad \leadsto \text{Dämpfungsparameter} \quad (5)$$

$$\alpha = 1 - \theta^2 \quad \leadsto \text{Gewicht für Wert} \quad (6)$$

$$\beta = 2(2 - \alpha) - 4\sqrt{1 - \alpha} \quad \leadsto \text{Gewicht für Ableitung} \quad (7)$$



## Sinnvolle Wertebereiche

- Erfahrungen mit dem I4Copter haben gezeigt, dass sich die Parameter in folgenden Bereichen bewegen:

Abtastintervall  $T \in (0 \dots 1]$

Prozessvarianz  $\sigma_w^2 \in [0.5 \dots 2.0]$

Rauschvarianz  $\sigma_v^2 \in [10^{-3} \dots 10^{-1}]$



## Korrektheitsbedingung

- Filter ist nur dann korrekt, wenn es auch stabil ist
  - ↪ für wertbegrenzte Eingabe erfolgt wertbegrenzte Ausgabe [6]
  - ↪ für Eingabe 0 geht der Filterausgang asymptotisch gegen 0

- $\alpha$ - $\beta$ -Filter stabil, wenn gilt

$$0 < \alpha \leq 1 \quad (8)$$

$$0 < \beta \leq 2 \quad (9)$$

$$0 < 4 - 2\alpha - \beta \quad (10)$$

- Außerdem: laut [2] Rauschunterdrückung nur dann, wenn

$$0 < \beta < 1 \quad (11)$$

- andernfalls wird das Rauschen verstärkt!



## Literatur I

- [1] AbsInt Angewandte Informatik GmbH.  
*The Static Analyzer Astrée*, April 2012.
- [2] C. Frank Asquith.  
Weight selection in first-order linear filters.  
Technical report, Army Inertial Guidance and Control Laboratory Center, Redstone Arsenal, Alabama, 1969.
- [3] Eli Brookner.  
*Tracking and Kalman Filtering Made Easy*.  
Wiley-Interscience, 1st edition, 4 1998.
- [4] E. Gray, J. and W. Murray.  
A derivation of an analytic expression for the tracking index for the alpha-beta-gamma filter.  
*IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 29:1064–1065, 1993.
- [5] Paul R. Kalata.  
The tracking index: A generalized parameter for  $\alpha$ - $\beta$  and  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  target trackers.  
*IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-20(2):174–181, mar 1984.



## Literatur II

- [6] Richard G. Lyons.  
*Understanding Digital Signal Processing*.  
Prentice Hall, 3rd edition, 11 2010.
- [7] Erick L. Oberstar.  
Fixed-point representation & fractional math.  
Technical report, Oberstar Consulting, August 2007.



# Fragen?

