

# Verlässliche Echtzeitsysteme

## Übungen zur Vorlesung

Florian Franzmann, Martin Hoffmann, Tobias Klaus

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg  
Lehrstuhl Informatik 4 (Verteilte Systeme und Betriebssysteme)  
<http://www4.cs.fau.de>

1. Juli 2014



# Überblick

1 Abstrakte Interpretation mit Astrée

2 Aufgabenstellung



## Astrée [1]

- Ziel: Nachweis der Abwesenheit von Laufzeitfehlern
- findet *alle* potentiellen Laufzeitfehler
- leider auch *falsch-positiv*  
~> wegen Gödelschem Unvollständigkeitstheorem (1931)  
*Jedes hinreichend mächtige formale System ist entweder widersprüchlich oder unvollständig.*

### Programm ist korrekt, wenn

- Astrée keine Alarme meldet
- oder für alle Alarme nachgewiesen, dass falsch-positiv



## Astrée weist nach

- Überschreitung von Array-Grenzen
- Ganzzahldivision durch Null
- ungültige Dereferenzierung, arithmetische Überläufe
- ungültige Gleitkommaoperationen
- dass Code nicht erreichbar ist
- Lesezugriff auf nicht initialisierte Variablen
- Verletzung benutzerdefinierter Zusicherungen  
~> `assert()`



## Einschränkungen

- Rekursionen prinzipiell erlaubt, werden aber nicht analysiert  
↪ für Rekursionsergebnis werden keine Einschränkungen ermittelt
- Auswertungsreihenfolge in C nicht vollständig spezifiziert  
↪ *eine* bestimmte Ordnung wird angenommen
  - stimmt nicht notwendigerweise mit Compiler überein
  - optionale Warnung durch Astrée
- Funktionen der Standard-C-Bibliothek werden nicht erkannt  
↪ Stubs anlegen
- dynamischer Speicher nicht erlaubt  
↪ kein malloc()
  - keine Einschränkung im sicherheitskritischen Echtzeitbereich



## Semantik

Astrée nimmt an, dass folgende semantische Regeln gelten:

1. der C99-Standard
2. implementierungsabhängiges Verhalten
  - Größe von Datentypen
  - Gleitkommastandard
  - ...
3. benutzerdefinierte Einschränkungen
  - z. B. ob statische Variablen mit 0 initialisiert werden
4. außerdem *benutzerspezifizierte Zusicherungen*  
↪ und da wird es interessant ☺



## Benutzerdefinierte Zusicherungen

`__ASTREE_known_fact((B))`

- Analyser warnt, falls B *nie wahr werden kann*

`assert((B))`

- alternativ auch `__ASTREE_assert((B))`
- Analyser erzeugt Alarm, falls B *nicht immer wahr ist*
- B kann nicht von der Form `e1 ? e2 : e3` sein

- Analyser nimmt danach an, dass B wahr ist
- B muss seiteneffektfrei sein
- *die doppelten Klammern sind wichtig!*



## Beispiel

```
1 #include <astree.h> // Astree-Makros ggf. abschalten
2
3 float filter(Alpha_State *s, float val) {
4     __ASTREE_known_fact((val == val));
5     __ASTREE_known_fact((-10.0f < val && val < 10.0f));
6     __ASTREE_known_fact((s->val == s->val));
7     __ASTREE_known_fact((FLT_MIN < s->val
8         && s->val < FLT_MAX));
9     __ASTREE_assert((0 < s->alpha));
10    __ASTREE_assert((s->alpha < 1));
11
12    float residual = val - s->val;
13    s->val = s->val + s->alpha * residual;
14
15    __ASTREE_assert((s->val == s->val));
16    // ...
17    return s->val;
18 }
```



## Stubs

`__ASTREE_modify((V1, ..., Vn))`

- zeigt an, dass Variablen V1 bis Vn unbekanntes Wert haben
- ↪ braucht man um Stubs zu bauen

### Beispiel

```
1 #ifdef __ASTREE__
2 __ASTREE_modify((x));
3 __ASTREE_known_fact((x >= 0));
4 #else
5 // ... Implementierung
6 #endif
```



## Synchrone Programme

- Viele Echtzeitsysteme Endlosschleifenbasiert ☹
- ↪ Astrée modelliert dies

`__ASTREE_max_clock((N))`

beschränkt Schleifendurchläufe

`__ASTREE_wait_for_clock(())`

wartet auf nächsten Tick

```
1 __ASTREE_max_clock((10)); // sonst evt. keine Schleifeninvariante
2 void main(void) {
3     while (1) {
4         // 1. 'volatile'-Werte lesen
5         // 2. Zustand und Ausgabe berechnen
6         // 3. Ausgabe schreiben
7         __ASTREE_wait_for_clock(()); // auf naechsten Clock-Tick warten
8     }
9 }
```



## Asynchrone Programme

- Astrée modelliert auch asynchrone Ausführung von Aufgaben
- Keine Annahmen über Scheduler oder Prioritäten
- `automatic-shared-variables` muss auf `yes` stehen

```
1 int x, y;
2 volatile int s;
3
4 void t1(void) {
5     x = 1; s = 1; x = 0;
6 }
7
8 void t2(void) {
9     if (s > 0) {
10         y = -1;
11     } else {
12         y = 1;
13     }
14 }
15
16 void main(void) {
17     x = y; // synchroner Teil
18     __ASTREE_asynchronous_loop((t1(), t2()));
19 }
```



## volatile

`__ASTREE_volatile_input((V))`

- zeigt an, dass V sich jederzeit ändern kann
- ↪ modelliert Eingabe von außen

`__ASTREE_volatile_input((Vp, r))`

- p ist Pfad in der Variablen, z. B. `V.a[3-4].b` ↪ Variable V, Arrayelemente `a[3]` und `a[4]`, Struct-Element b
  - `[i]` ↪ Element i
  - `[i-j]` ↪ Elemente i bis j
  - `[]` ↪ alle Elemente
- r schränkt Wertebereich ein `[i, j]` ↪ von i bis j



## Analyse untersuchen

`__ASTREE_analysis_log()`

- gibt Zustand der Analyse an dieser Stelle aus

`__ASTREE_log_vars((V1, ..., Vn))`

- zeigt Zustand der Analyse in Bezug auf einzelne Variablen an

`__ASTREE_print("text")`

- gibt Text aus



## Astrée verwenden

- Astrée im CIP:

% /proj/i4ezs/tools/astree-b217166/bin/astrec

- Anmeldung mit Benutzername und Passwort

↪ Passwort wird bei der ersten Anmeldung festgelegt

- Wir wissen nicht, wie man es nachträglich ändert

↪ gut merken ☹

- Dokumentation unter

/proj/i4ezs/tools/astree-b217166/share/astree\_c/help



## Anmelden

Host `fau48f.informatik.uni-erlangen.de`

Port `36000`

Username nach Belieben

Passwort bei der ersten Anmeldung festlegen und *gut merken*

Please select an Astrée server from the list below or enter the name and port number to connect to:

Host	Server	Port
------	--------	------

Host:

Port:

You can optionally enter a user name and password to protect newly created analyses and gain full access to existing ones:

Username: @fau48r0

Password:

OK Cancel



## Projekt anlegen

- Quelldateien zum Projekt hinzufügen

General  
Specify the project name, the entry point of the analysis and the sources that you want to analyze.

Project name:

Analysis start:

Files to be used for the analysis:

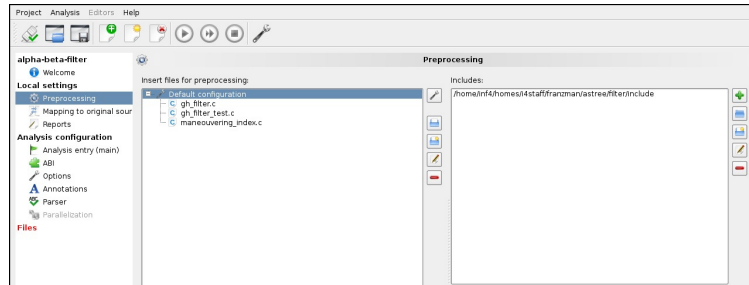
Add already preprocessed files

Add the source files and preprocess them with the built-in preprocessor

< Back Next > Cancel



### ■ Include-Pfade festlegen



### 1 Abstrakte Interpretation mit Astrée

### 2 Aufgabenstellung



- einfaches Filter implementieren
- Korrektheit der Implementierung nachweisen
  - ↪ Astrée
- zunächst mit Gleitkommaarithmetik
  - ↪ float
- dann für einen 8 Bit-Mikrocontroller mit Festkommaarithmetik



- kaum ein Mikrocontroller hat eine Gleitkommaeinheit
  - ↪ Festkommaarithmetik mit Ganzzahlen
- Zahlenformat häufig in Q-Notation [7] angegeben
- $Qm.n$  ↪ Festkommazahl mit
  - $m$  Bit vor dem Komma
  - $n$  nach dem Komma
  - und einem Vorzeichenbit
  - Wertebereich:  $[-2^m, 2^m - 2^{-n}]$
  - Auflösung:  $2^{-n}$

### Implementierung als Integer

↪ welches Q-Format Verwendung findet, ist dem Anwendungsprogrammierer überlassen



## Q-Notation – Beziehung zu Gleitkommazahlen

### von Gleitkomma nach Qm.n

1. Multiplikation mit  $2^n$
2. Runden auf die nächste Ganzzahl

### von Qm.n nach Gleitkomma

1. Umwandlung in Gleitkommazahl  $\leadsto$  cast
2. Multiplikation mit  $2^{-n}$



## Operationen – Addition/Subtraktion

- Addition und Subtraktion wie bei Ganzzahlen

### Addition

```
1 int8_t a = ...;
2 int8_t b = ...;
3 int8_t result = a + b;
```

### Subtraktion

```
1 int8_t a = ...;
2 int8_t b = ...;
3 int8_t result = a - b;
```



## Operationen – Multiplikation/Division

- braucht Zwischenergebnis von doppelter Bitbreite

### Multiplikation

```
1 #define K (1 << (n - 1))
2 int8_t a = ...;
3 int8_t b = ...;
4 int16_t temp = (int16_t) a * (int16_t) b;
5 temp += K;
6 int8_t result = temp >> n;
```

### Division

```
1 int8_t a = ...;
2 int8_t b = ...;
3 int16_t temp = (int16_t) a << n;
4 temp += b / 2;
5 int8_t result = temp / b;
```



## Größe von Datentypen bestimmen I

### % cat test.c

```
1 #include <stddef.h>
2
3 static size_t short_size = sizeof(short);
4 static size_t ushort_size = sizeof(unsigned short);
5 static size_t int_size = sizeof(int);
6 static size_t uint_size = sizeof(unsigned int);
7 static size_t long_size = sizeof(long);
8 static size_t ulong_size = sizeof(unsigned long);
9 static size_t longlong_size = sizeof(long long);
10 static size_t float_size = sizeof(float);
11 static size_t double_size = sizeof(double);
12 static size_t longdouble_size = sizeof(long double);
13 static size_t ptr_size = sizeof(void *);
14 static size_t fptr_size = sizeof(void (*)(void));
15
16 void main(void) {}
```



## Größe von Datentypen bestimmen II

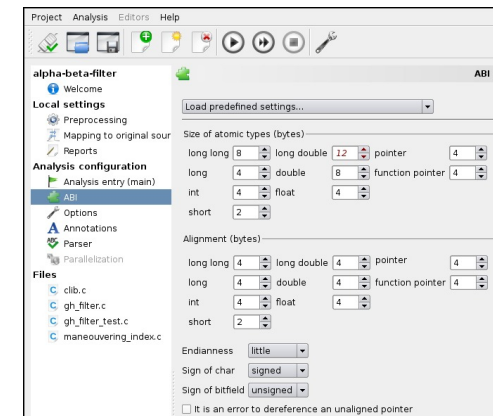
```
% avr-gcc -O0 -S -c test.c && cat test.s
```

```
1 ...
2 short_size:
3   .word 2 ← short zwei Byte lang
4   .subsection 2
5   .align 2
6   .type ushort_size,@object
7   .size ushort_size,4
8   ...
```

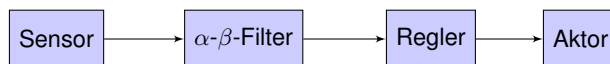


## ABI

### ■ ABI festlegen



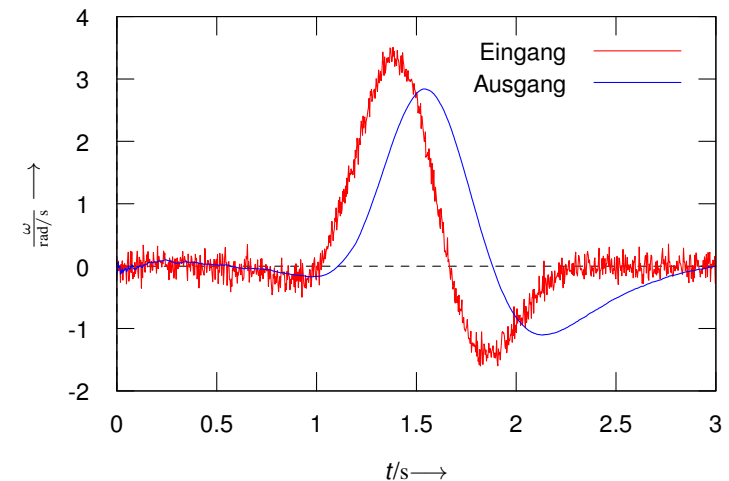
## $\alpha$ - $\beta$ -Filter [3]



- Rauschunterdrückungsfilter
- geeignet zur Schätzung von physikalischen Größen
  - mit Ableitung  $\neq 0$
  - z. B. Position eines Flugzeugs, Lagewinkel ...
  - im I4Copter
    - liefern Sensoren häufiger Werte als diese später verarbeitet werden
    - ~  $\alpha$ - $\beta$ -Filter für *Ratenwandlung* verwendet
    - ~ nutzt gewonnene Information vollständig



## Beispiel $\alpha$ - $\beta$ -Filterung



## Filteralgorithmus

- wird für jeden Messwert ausgeführt
- $y[\kappa]$ : Eingabewert für Abtastschritt  $\kappa$
- $\hat{x}[\kappa]$ : Schätzung der Messgröße zum Abtastschritt  $\kappa$
- $T$  Abtastintervall,  $\alpha, \beta$  Filterparameter
- Initialisierung: z. B.  $\hat{x}[0] = \hat{\dot{x}}[0] = 0$

$$r[\kappa] = y[\kappa] - \hat{x}[\kappa - 1] \quad \leadsto \text{Schätzfehler} \quad (1)$$

$$\hat{\dot{x}}[\kappa] = \hat{\dot{x}}[\kappa - 1] + \frac{\beta}{T} \cdot r[\kappa] \quad \leadsto \text{1. Ableitung} \quad (2)$$

$$\hat{x}[\kappa] = \hat{x}[\kappa - 1] + T \cdot \hat{\dot{x}}[\kappa] + \alpha \cdot r[\kappa] \quad \leadsto \text{Schätzwert} \quad (3)$$

- sinnvolle Werte für  $\alpha$  und  $\beta$ ?
  - Literatur beschreibt viele Verfahren  $\leadsto$  hier beispielhaft nur eines [5, 4]



## Filterparameter

- $T$  Abtastintervall  
 $\leadsto$  in welchem Zeitabstand gemessen wird
- $\sigma_w^2$  Prozessvarianz  
 $\leadsto$  wie lebhaft der gemessene Prozess ist
- $\sigma_v^2$  Rauschvarianz  
 $\leadsto$  wie verrauscht das Signal ist

$$\lambda = \frac{\sigma_w T^2}{\sigma_v} \quad \leadsto \text{Tracking Index} \quad (4)$$

$$\theta = \frac{4 + \lambda - \sqrt{8\lambda + \lambda^2}}{4} \quad \leadsto \text{Dämpfungsparameter} \quad (5)$$

$$\alpha = 1 - \theta^2 \quad \leadsto \text{Gewicht für Wert} \quad (6)$$

$$\beta = 2(2 - \alpha) - 4\sqrt{1 - \alpha} \quad \leadsto \text{Gewicht für Ableitung} \quad (7)$$



## Initialisierungsphase

- Zu Beginn hat das Filter keinen gültigen Zustand
- $\leadsto$  Einschwingphase, in der das Filter „lernt“
- $n$  startet bei 0 und wächst in jeder Runde um 1

$$\alpha_n = \frac{2(2n + 1)}{(n + 2)(n + 1)} \quad (8)$$

$$\beta_n = \frac{6}{(n + 2)(n + 1)} \quad (9)$$

- Einschwingphase endet, wenn  $\alpha_n < \alpha$
- Wird der Filterzustand im Betrieb ungültig, wird eine neue Einschwingphase eingeleitet



## Korrektheitsbedingung

- Filter ist nur dann korrekt, wenn es auch *stabil* ist
  - $\leadsto$  für wertbegrenzte Eingabe erfolgt wertbegrenzte Ausgabe [6]
  - $\leadsto$  für Eingabe 0 geht der Filterausgang asymptotisch gegen 0

- $\alpha$ - $\beta$ -Filter stabil, wenn gilt

$$0 < \alpha \leq 1 \quad (10)$$

$$0 < \beta \leq 2 \quad (11)$$

$$0 < 4 - 2\alpha - \beta \quad (12)$$

- Außerdem: laut [2] Rauschunterdrückung nur dann, wenn

$$0 < \beta < 1 \quad (13)$$

- Stabilität muss auch in der Initialisierungsphase gegeben sein!





## Sinnvolle Wertebereiche

- Erfahrungen mit dem I4Copter haben gezeigt, dass sich die Parameter in folgenden Bereichen bewegen:

Abtastintervall  $T \in (0 \dots 1]$

Prozessvarianz  $\sigma_w^2 \in [0.5 \dots 30.0]$

Rauschvarianz  $\sigma_v^2 \in [10^{-3} \dots 10^{-1}]$

Wert  $y[k] \in [-10 \dots 10]$

~> Korrektheit mindestens für diese Wertebereiche zeigen!



## Literatur I

- [1] AbsInt Angewandte Informatik GmbH.  
*The Static Analyzer Astrée*, April 2012.
- [2] C. Frank Asquith.  
Weight selection in first-order linear filters.  
Technical report, Army Inertial Guidance and Control Laboratory Center, Redstone Arsenal, Alabama, 1969.
- [3] Eli Brookner.  
*Tracking and Kalman Filtering Made Easy*.  
Wiley-Interscience, 1st edition, 4 1998.
- [4] E. Gray, J. and W. Murray.  
A derivation of an analytic expression for the tracking index for the alpha-beta-gamma filter.  
*IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 29:1064–1065, 1993.
- [5] Paul R. Kalata.  
The tracking index: A generalized parameter for  $\alpha$ - $\beta$  and  $\alpha$ - $\beta$ - $\gamma$  target trackers.  
*IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-20(2):174–181, mar 1984.



## Literatur II

- [6] Richard G. Lyons.  
*Understanding Digital Signal Processing*.  
Prentice Hall, 3rd edition, 11 2010.
- [7] Erick L. Oberstar.  
Fixed-point representation & fractional math.  
Technical report, Oberstar Consulting, August 2007.



# Fragen?

