

Überblick

Planbarkeit

Problemdefinition und Begriffe
 Komplexität
 Optimalität
 Planbarkeitsanalyse
 CPU-Auslastung
 Zeitbedarfsanalyse
 Antwortzeitanalyse

Einhaltung von Terminen

Taktgesteuerte Systeme \leadsto konstruktiv

- ▶ alle Lastparameter sind à priori bekannt
- ▶ die Konstruktion einer Ablaufabelle trägt ihnen Rechnung
- ▶ Abhängigkeiten können berücksichtigt werden

☞ alle Termine werden eingehalten

- ▶ wenn eine **zulässige Ablaufabelle** erzeugt werden kann

Vorranggesteuerte Systeme \leadsto analytisch

- ▶ Lastparameter sind nicht vollständig bekannt
- ▶ Ablauf wird erst zur Laufzeit berechnet
- ▶ Abhängigkeiten müssen explizit gesichert werden

☞ Einhaltung von Terminen muss **explizit überprüft** werden

Aufgabenstellung

Gegen sei eine Menge periodischer Aufgaben T_i mit

- p_i der Periode (engl. *period*)
- D_i dem relativen Termin (engl. *deadline*)
- ϕ_i der Phase (engl. *phase*)
- e_i der maximalen Ausführungszeit (engl. *WCET*)

der jeweiligen Aufgabe.

☞ **Fragestellung:**

Ist diese Menge von Aufgaben **zulässig** (engl. *feasible* oder *schedulable*)?

Zulässigkeit (engl. *Feasibility* oder *Schedulability*)

Ein Ablaufplan ist **gültig** (engl. *valid*), falls

- ▶ jeder CPU gleichzeitig max. ein Arbeitsauftrag zugeteilt wird.
- ▶ jeder Arbeitsauftrag gleichzeitig an max. eine CPU zugeteilt wird.
- ▶ kein Arbeitsauftrag vor seinem Auslösezeitpunkt eingeplant wird.
- ▶ einem Arbeitsauftrag entweder seine
 - ▶ tatsächliche oder seine
 - ▶ maximale Ausführungszeit zugeteilt wird.
- ▶ alle Abhängigkeiten eingehalten werden.

Ein Ablaufplan ist **zulässig** (engl. *feasible*), falls

- ▶ der Ablaufplan gültig ist und
- ▶ alle Arbeitsaufträge termingerecht eingeplant werden.

Zulässigkeit (engl. *Feasibility* oder *Schedulability*, Forts.)

Eine Menge von Aufgaben ist **zulässig** (engl. *feasible* oder *schedulable*)

- ▶ hinsichtlich eines Ablaufplanungsalgorithmus,
- ▶ falls dieser Algorithmus immer einen zulässigen Ablaufplan erzeugt.

Die Entscheidung, ob eine Menge von Aufgaben planbar ist, hängt also

- ▶ vom verwendeten Ablaufplanungsalgorithmus ab, aber auch
- ▶ von den Eigenschaften der Aufgaben.

☞ häufig schränken Algorithmen die Eigenschaften von Aufgaben ein

- ▶ dies vereinfacht die Frage der Zulässigkeit oft beträchtlich
- ▶ durch **aufwendigere Analysen** können sie gelockert/aufgehoben werden

Einschränkungen

- A1 Alle Aufgaben sind periodisch.
- A2 Alle Arbeitsaufträge können an ihren Auslözeitpunkten eingeplant und ausgeführt werden.
- A3 Termine und Perioden sind identisch.
- A4 Kein Arbeitsauftrag gibt die Kontrolle über den Prozessor ab.
- A5 Alle Aufgaben sind unabhängig von einander, d.h. die einzige gemeinsame Ressource ist die CPU und es existieren keine Einschränkungen hinsichtlich der Auslösezeiten der Arbeitsaufträge.
- A6 Der Overhead durch Unterbrechungen, Ablaufplanung oder Verdrängung ist vernachlässigbar.
- A7 Alle Aufgaben verhalten sich voll-präemptiv.

Implikationen

Diese Einschränkungen haben Einfluss auf Anwendungen

- Betriebsmittel**
 - ▶ gemeinsame Betriebsmittel implizieren Synchronisation in ET Systemen
 - ▶ Aufgaben sind nicht mehr unabhängig
 - ☞ gemeinsame Betriebsmittel sind **nicht möglich!**
- Rangordnung**
 - ▶ Aufgaben erzeugen Eingaben für andere Aufgaben
 - ▶ eine komplexe Aufgabe wird in mehrere einfachere Aufgaben geteilt
 - ▶ Aufgaben sind nicht mehr unabhängig
 - ☞ komplexe Aufgaben können **nicht geteilt werden!**
- Kommunikation**
 - ▶ synchroner Nachrichtenversand/-empfang
 - ▶ Aufgaben sind nicht mehr unabhängig
 - ☞ Aufgaben können **nicht synchron kommunizieren!**

Die Lösung dieses Problems scheint einfach, ...

Coffman [31]

Für jede Menge von n asynchronen, periodischen Aufgaben, die den Kriterien A1 - A7 entsprechen, findet der EDF Algorithmus einen gültigen Ablaufplan, **gdw** für die CPU-Auslastung gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{p_i} \leq 1$$

- ▶ Eine Menge von Aufgaben
 - ▶ heißt **synchron**, falls $\forall i : \phi_i = 0$,
 - ▶ ansonsten heißt sie **asynchron**.

... ist aber sehr schwierig!

- ▶ verzichtet man auf **A3**
 - ▶ Termine sind **kürzer** als die Perioden der Aufgaben.
 - ☞ **stark \mathcal{NP} -hart** (Baruah [32])
- ▶ verzichtet man auf **A4**
 - ▶ Aufgaben **legen sich schlafen** (engl. *self-suspension*).
 - ☞ **stark \mathcal{NP} -hart** (Richard [33])
- ▶ verzichtet man auf **A5**
 - ▶ Der **gegenseitige Ausschluss** wird durch Semaphore gesichert.
 - ☞ **stark \mathcal{NP} -hart** (Mok [34])
- ▶ verzichtet man auf **A7**
 - ▶ Harmonische, periodische Aufgaben sind **nicht verdrängbar**.
 - ☞ **stark \mathcal{NP} -hart** (Cai [35])

Optimalität

Eine Möglichkeit Ablaufplanungsalgorithmen zu klassifizieren

Optimalität (engl. *optimality*)

Ein Ablaufplanungsalgorithmus ist optimal (engl. *optimal*) für eine gewisse Klasse von Aufgaben, falls er für eine Menge von Aufgaben dieser Klasse einen gültigen Ablaufplan findet, sofern ein gültiger Ablaufplan existiert.

- ▶ solch ein Algorithmus stellt eine *Referenz* dar
 - ☞ schafft es dieser Algorithmus nicht, schafft es keiner!
- ▶ die (generelle) Zulässigkeit einer Menge von Aufgaben
 - ▶ kann auf die Zulässigkeit für diesen Algorithmus reduziert werden
 - ▶ sofern ein entsprechendes Kriterium existiert

Optimalität des RM-Algorithmus

Der RM-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

- ▶ **synchron** sind und
- ▶ die Voraussetzungen **A1 - A7** erfüllen.

Beweisidee (Baruah [36])

- ▶ gegeben sein ein System mit den Aufgaben $\{T_1, T_2, T_3, \dots, T_n\}$
- ▶ mit Prioritäten $T_1 \succ T_2 \succ \dots \succ T_n$ (nicht RM-konform)
- ▶ erzeugen einen zulässigen Ablaufplan
- ▶ Prioritäten können hinsichtlich RM umgeformt werden²⁴
- ▶ ohne Zulässigkeit des Ablaufplans zu zerstören

²⁴Man kann die Prioritäten zweier Aufgaben T_1 und T_2 , die das RM-Schema verletzen (für die also $T_1 \succ T_2$ gilt, obwohl $p_1 > p_2$), tauschen und ohne dabei die Zulässigkeit des Systems zu zerstören.

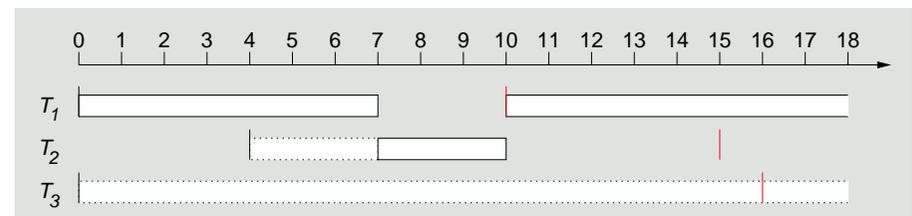
Nicht-optimalität des RM-Algorithmus

Der RM-Algorithmus ist nicht optimal für Systeme, deren Aufgaben

- ▶ **asynchron** sind und
- ▶ die Voraussetzungen **A1 - A7** erfüllen.

Beweis (Baruah [36])

- ▶ Betrachte $T_1 = (0, 7, 10)$, $T_2 = (4, 3, 15)$, $T_3 = (0, 1, 16)$
- ▶ RM: $T_1 \succ T_2 \succ T_3$



- ▶ T_3 verpasst bei t_{16} seinen Termin
- ▶ $T_1 \succ T_3 \succ T_2$ würde funktionieren

Optimalität des DM-Algorithmus

Der DM-Algorithmus ist optimal für System, deren Aufgaben

- ▶ synchron sind,
- ▶ die Voraussetzungen A1, A2, sowie A4 - A7 einhalten und
- ▶ für deren Termine $D_i \leq p_i$ gilt.

Beweisidee (Baruah [36])

- ▶ Analog zum RM-Algorithmus

Optimalität von EDF

Der EDF-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

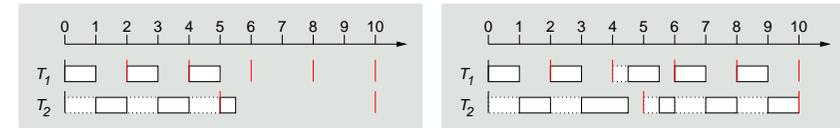
- ▶ beliebige Auslösezeiten
 - ▶ sporadisch/periodisch
 - ▶ synchron/asynchron
- und
- ▶ beliebige Deadlines
 - ▶ länger oder
 - ▶ kürzer als die entsprechende Periode
- besitzen, sowie
- ▶ die Voraussetzungen A2 und A4 - A7 erfüllen.

Beweis (Liu [2, S. 67])

- ▶ Jeder gültige Ablaufplan für solche Systeme
- ▶ lässt sich in einen EDF-Ablaufplan umformen.

Nicht-optimalität statischer Prioritäten

- ▶ betrachte $T_1 = (2, 1)$ und $T_2 = (5, 2.5)$
- ▶ sei $T_1 \succ T_2$



t_5 T_2 verpasst Termin

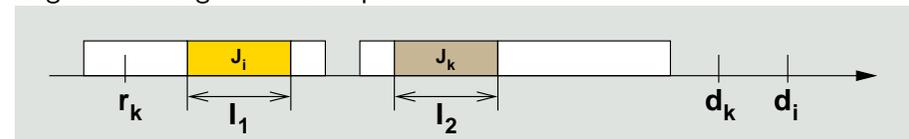
t_4 $T_2 \succ T_1$

t_{10} Hyperperiode

- ▶ vor dem Zeitpunkt t_4 muss gelten $T_1 \succ T_2$
- ▶ zum Zeitpunkt t_4 muss gelten $T_2 \succ T_1$
- ☞ Widerspruch zur statischen Vergabe von Prioritäten

Umformung in einen EDF-Ablaufplan

Gegeben sei folgender Ablaufplan:

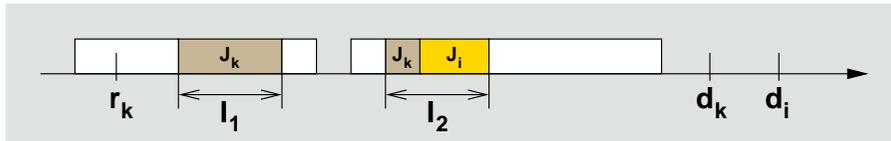


- ▶ betrachte alle Paare von Arbeitsaufträgen J_i und J_k
- ▶ Arbeitsauftrag J_i wird im Intervall I_1 und J_k im Intervall I_2 eingeplant
- ▶ der Termin von J_k sei vor dem Termin von J_i : $d_k < d_i$
- ▶ das Intervall I_1 liegt komplett vor I_2 : $I_1 < I_2$

Fall 1: $r_k > I_1$ ▶ J_k kann nicht in I_1 eingeplant werden
☞ der Ablaufplan hat bereits EDF-Form

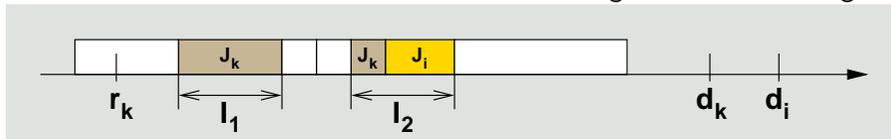
Umformung in einen EDF-Ablaufplan Forts.Fall 2: oBdA. $r_k < l_1$: tausche J_i und J_k

- ▶ $d(l_1) < d(l_2)$
- ▶ J_k wird in passende Stücke aufgeteilt (Verdrängung!)



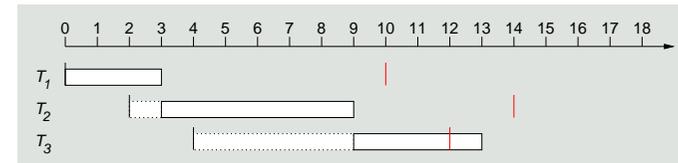
- ▶ $d(l_1) \geq d(l_2)$
- ▶ trivial

Fülle verbliebene Ruheintervalle durch Verschiebung von Arbeitsaufträgen

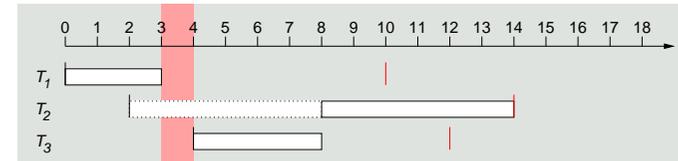


Nicht-optimalität vorrangesteuerter Ablaufplanung für beliebige (in diesem Fall nicht-verdrängbare) Aufgaben

- ▶ betrachte $T_1 = (0, 3, 10)$, $T_2 = (2, 6, 14)$ und $T_3 = (4, 4, 12)$
- ▶ der EDF-Algorithmus versagt bei diesem System



- ▶ obwohl ein zulässiger Ablaufplan existiert



- ▶ dieser lässt allerdings den Prozessor kurz untätig
- ☞ dieser Plan wird von keinem vorrangesteuerten Algorithmus gefunden!

Planbarkeitsanalyse

Welche Möglichkeiten gibt es ...

- ▶ CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)
 - ▶ Zu welchem Prozentsatz wird der Prozessor **maximal** beansprucht
 - ☞ bevorzugte Methode für **dynamische Prioritäten**
- ▶ Zeitbedarfsanalyse (engl. *processor demand*)
 - ▶ Wieviel Rechenzeit wird innerhalb eines Zeitintervalls benötigt?
 - ☞ neuere Methode für **dynamische Prioritäten**
- ▶ Antwortzeitanalyse (engl. *response time analysis*)
 - ▶ Wie lange benötigt eine Aufgabe **maximal** bis zu ihrer Fertigstellung?
 - ☞ präzise Methode für **statische Prioritäten**
- ▶ Simulation (engl. *simulation*)
 - ▶ Wird in einem bestimmten Intervall eine Deadline verfehlt?
 - ☞ bevorzugte Methode für **statische Prioritäten**

Rechenzeitbedarf (engl. *processor demand*)

Gegeben sei eine Menge von Aufgaben T und ein Zeitintervall $[t_1, t_2)$, dann ist der **Rechenzeitbedarf** dieser Aufgaben im Intervall $[t_1, t_2)$:

$$h_{[t_1, t_2)} = \sum_{t_1 \leq r_k, d_k \leq t_2} e_k$$

- ▶ das sind alle Aufgaben
 - ▶ deren Auslösezeitpunkt und
 - ▶ deren absoluter Termin
 innerhalb dieses Intervalls liegt.

CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)

Die CPU-Auslastung einer Menge von Arbeitsaufträgen während eines Intervalls $[t_1, t_2)$, ist der Anteil des Intervalls, der nötig ist, um diese Arbeitsaufträge auszuführen:

$$u_{[t_1, t_2)} = \frac{h_{[t_1, t_2)}}{t_2 - t_1}$$

Für eine Aussage über die Zulässigkeit einer Menge von Aufgaben T ist **absolute** CPU-Auslastung (engl. *absolute loading factor*) von Bedeutung. Dies ist die

- ▶ maximale CPU-Auslastung
- ▶ über alle Intervalle $[t_1, t_2)$

$$u = \max_{0 \leq t_1 < t_2} u_{[t_1, t_2)}$$

Zulässigkeitstest

Liu und Layland [37]

Für jede Menge von n asynchronen, periodischen Aufgaben, die den Kriterien **A1 - A7** entsprechen, findet der EDF Algorithmus einen gültigen Ablaufplan, **gdw** für die CPU-Auslastung gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{p_i} \leq 1$$

- ▶ Coffman zeigt dies auch für asynchrone Aufgaben (S. 9- 8)
- ▶ schließlich zeigt Spuri [38] die "Optimalität" des EDF-Algorithmus
 - ▶ Aufgaben wie oben
 - ▶ synchron oder asynchron
 - ▶ Kriterium: $U \leq 1$

Beliebige Termine und Perioden

☞ die Bedingung **A3** (S. 9- 6), soll gelockert werden

$$D_i \geq p_i$$

- ▶ die Kriterien von Layland/Liu und Coffman gelten nach wie vor [39]
- ▶ diese Kriterien sind **notwendig** und **hinreichend**

$$D_i < p_i$$

Baruah [39]

Für eine hybride Menge von n Aufgaben T , findet der EDF-Algorithmus einen gültigen Ablaufplan, wenn gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\min\{D_i, T_i\}} \leq 1$$

- ▶ **hybride** Menge von Aufgaben: periodische und sporadische Aufgaben
- ▶ diese Kriterium ist **nur hinreichend!**

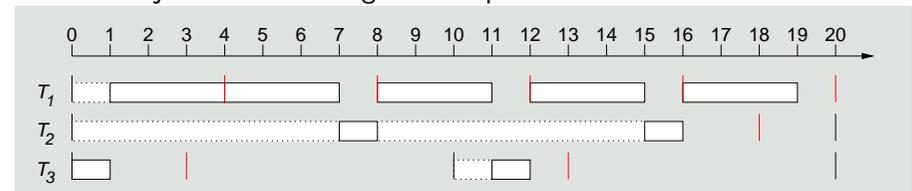
Dieser Test ist pessimistisch ...

Betrachte folgende Aufgaben: $T_1 = (0, 4, 3, 4)$, $T_2 = (0, 20, 2, 18)$, $T_3 = (0, 10, 1, 3)$

$$\sum_i \frac{e_i}{\min\{D_i, T_i\}} = \frac{3}{4} + \frac{2 \cdot 1}{18 \cdot 3} = \frac{43}{36} > 1$$

☞ das System ist laut des Test (S. 9- 23) **nicht zulässig!**

Es existiert jedoch ein zulässiger Ablaufplan:



☞ eine geeignete Analyseverfahren für hybride Systeme wird benötigt

Maximierung des Rechenzeitbedarfs

- ▶ hybrides System \leadsto entsprechendes synchrones, periodisches System
 - ▶ alle sporadischen Aufgaben
 - ▶ haben Phase $\phi_i = 0$
 - ▶ treten mit ihrer maximalen Frequenz auf
- ▶ der Rechenzeitbedarf solcher Systeme ist im Intervall $[0, t)$ maximal
 - ▶ man kann zeigen: $\forall t_1, t_2 : h_{[t_1, t_2]} \leq h_{[0, t_2 - t_1]}$
- ▶ der Rechenzeitbedarf im Intervall $[0, t)$ ist:

$$h(t) = \sum_{D_i \leq t} (1 + \lfloor \frac{t - D_i}{p_i} \rfloor) e_i$$

- ▶ alle Arbeitsaufträge, die vor t beendet sein müssen
- ▶ multipliziert mit der maximalen Anzahl ihrer Aktivierungen

Tätigkeitsintervalle

Liu und Layland [37]

Kann der EDF-Algorithmus für eine Menge periodischer Aufgaben keinen zulässigen Ablaufplan finden, so wird ein Termin im ersten Tätigkeitsintervall verpasst.

- ▶ diese Eigenschaft wurde später auch gezeigt für
 - ▶ Mengen synchroner, periodischer Aufgaben mit $D_i \leq p_i$ und
 - ▶ generische Mengen synchroner, periodischer Aufgaben
- ▶ sei L nun die Länge des ersten Tätigkeitsintervalls
 - ▶ die maximale Länge des zu prüfenden Intervalls ist nun beschränkt
- ▶ $h(t) \leq t$ muss nicht für alle Zeitpunkte in $[0, t)$ geprüft werden
 - ▶ $\{e_1, e_2, \dots\} = mp_i + D_i; i = 1 \dots n, m = 0, 1, \dots$
 - ▶ wobei alle $e_i < L$ genügen
 - ▶ Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung eines Arbeitsauftrags

Zulässigkeitstest

Der EDF-Algorithmus, erzeugt für jede hybride Menge von Aufgaben einen zulässigen Ablaufplan, **gdw**:

$$\forall t : h(t) \leq t$$

- ▶ entspricht direkt dem Satz von Spuri (S. 9- 22)
- ▶ ist als Kriterium aber so nicht brauchbar
 - ▶ schließlich gibt es unendlich viele Intervalle $[0, t)$
 - ▶ alle zu überprüfen ist einfach unmöglich

☞ Einschränkung der zu überprüfenden Intervalle

Ansatz

Antwortzeit ▶ Zeitdauer zwischen Auslösezeit und Terminationszeitpunkt (S. 4- 9)

Idee ▶ Terminationszeitpunkt vor dem **absoluten** Termin
 ▶ Antwortzeit ω_i kürzer als der **relative** Termin D_i
 ☞ für jede Aufgabe $T_i : \omega_i \leq D_i$

Voraussetzungen ▶ die Bedingungen **A1 - A7** müssen eingehalten werden
 ▶ Konzept ist jedoch erweiterbar

Probleme ☞ Wie berechnet man die Antwortzeit?
 ☞ Wann wird die **maximale** Antwortzeit erreicht?

Berechnung der Antwortzeit

- ▶ die Antwortzeit ω_i einer Aufgabe T_i berechnet sich zu

$$\omega_i(t) = e_i + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{t}{p_k} \right\rceil e_k; 0 < t \leq p_i$$

- ▶ die Aufgabe endet, bevor das Ereignis erneut eintritt
- ▶ setzt sich zusammen, aus
 - ▶ der WCET von T_i selbst und
 - ▶ den WCETs der Aufgaben mit höherer Priorität T_1, \dots, T_{i-1}

- ▶ zu prüfen ist nun

$$\omega_i(t) \leq t;$$

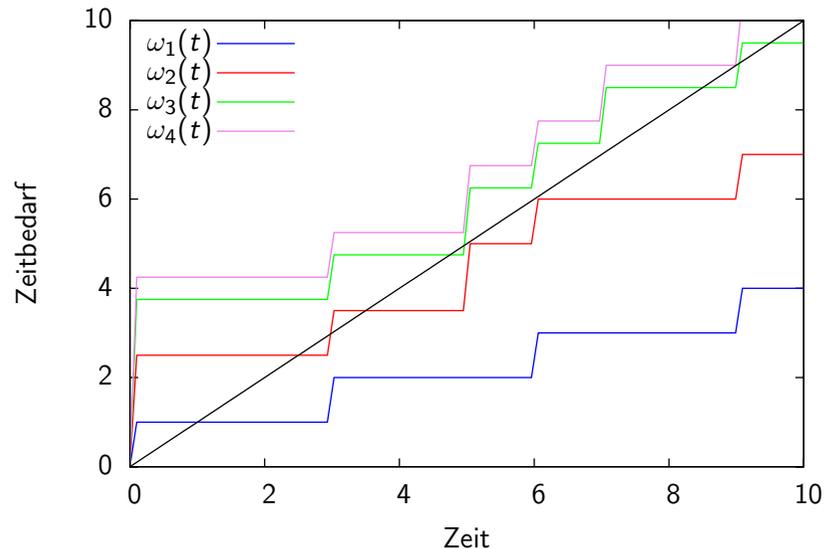
$$t = jp_k; \quad k = 1, 2, \dots, i; \quad j = 1, 2, \dots, \lfloor \min(p_i, D_i) / p_k \rfloor$$

- ▶ Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung von Aufgaben höherer Priorität
- ▶ bis das Ereignis erneut eintritt oder der Termin der Aufgabe erreicht ist
 - ☞ ist die Ungleichung für **einen** Zeitpunkt t erfüllt, ist T_i **zulässig**

Beispiel: Berechnung der maximalen Antwortzeit

mit den Aufgaben $T_1 = (\phi_1, 3, 1)$, $T_2 = (\phi_2, 5, 1.5)$, $T_3 = (\phi_3, 7, 1.25)$, $T_4 = (\phi_4, 9, 0.5)$

- ▶ Antwortzeit ω_1 von T_1
 - ▶ $\omega_1(3) = 1 \leq 3$
 - ☞ T_1 ist zulässig
- ▶ Antwortzeit ω_2 von T_2
 - ▶ $\omega_2(3) = 1.5 + \lceil \frac{3}{3} \rceil = 2.5 \leq 3$
 - ☞ T_2 ist zulässig
- ▶ Antwortzeit ω_3 von T_3
 - ▶ $\omega_3(3) = 1.25 + \lceil \frac{3}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{3}{5} \rceil 1.5 = 3.75 > 3$
 - ▶ $\omega_3(5) = 1.25 + \lceil \frac{5}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{5}{5} \rceil 1.5 = 4.75 \leq 5$
 - ☞ T_3 ist zulässig
- ▶ Antwortzeit ω_4 von T_4
 - ▶ $\omega_4(3) = 0.5 + \lceil \frac{3}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{3}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{3}{7} \rceil 1.25 = 4.25 > 3$
 - ▶ $\omega_4(5) = 0.5 + \lceil \frac{5}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{5}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{5}{7} \rceil 1.25 = 5.25 > 5$
 - ▶ $\omega_4(6) = 0.5 + \lceil \frac{6}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{6}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{6}{7} \rceil 1.25 = 6.75 > 6$
 - ▶ $\omega_4(7) = 0.5 + \lceil \frac{7}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{7}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{7}{7} \rceil 1.25 = 7.75 > 7$
 - ▶ $\omega_4(9) = 0.5 + \lceil \frac{9}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{9}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{9}{7} \rceil 1.25 = 9.00 \leq 9$
 - ☞ T_4 ist zulässig

Zeitbedarfsfunktionen der Aufgaben T_1, T_2, T_3 und T_4 

Fadensynchronisation

Erweiterung des Konzepts, Aufhebung von Bedingung A5

- ▶ Arbeitsaufträge können blockiert werden
 - ▶ wenn sie Betriebsmittel nachfragen,
 - ▶ die bereits von Arbeitsauftrag niedriger Priorität belegt sind.
- ☞ das muss bei der Bestimmung der Antwortzeit berücksichtigt werden

$$\omega_i(t) = e_i + bt_i + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{t}{p_k} \right\rceil e_k; 0 < t \leq p_i$$

- ▶ die Blockadezeit bt_i der Aufgabe T_i verlängert die Antwortzeit
- ☞ die Blockadezeit hängt vom Synchronisationsprotokoll ab
 - ▶ NPCS (S. 7- 13): $bt_i = \max_{i+1 \leq k \leq n} (cs_k)$
 - ▶ Priority Inheritance (S. 7- 18): $bt_i = \min(n, j) \max_{i+1 \leq k \leq n} (cs_k)$
 - ▶ n Betriebsmittel und Konflikt mit j Aufgaben niedrigerer Priorität
 - ▶ Priority Ceiling (S. 7- 22): $bt_i = \dots$

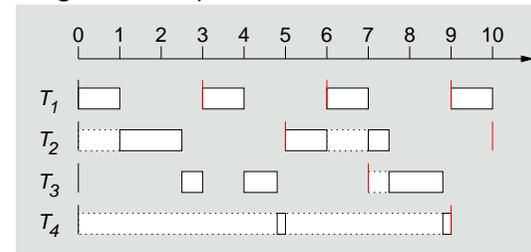
Wann wird die Antwortzeit maximal?

- ▶ **kritischer Zeitpunkt** (engl. *critical instant*)
 - ▶ Auslösung eines Arbeitsauftrags an seinem kritischen Zeitpunkt
 - ☞ die **maximale Antwortzeit** wird erreicht
- ▶ der Arbeitsauftrag einer Aufgabe T_i , der an einem kritischen Zeitpunkt ausgelöst wird
 - ▶ hat die **maximale Antwortzeit** aller Arbeitsaufträge in T_i
 - ▶ falls diese ihre Termine einhalten
 - ▶ **verpasst seinen Termin**
 - ▶ falls irgendein Arbeitsauftrag in T_i seinen Termin verpasst
- ▶ Liu und Layland [37]: ein kritischer Zeitpunkt
 - ▶ in Systemen mit **statischen** Prioritäten tritt ein
 - ▶ falls **zusammen** mit einem Arbeitsauftrag einer Aufgabe T_i
 - ▶ Arbeitsaufträge aller Aufgaben **höherer Priorität** T_1, \dots, T_{i-1} ausgelöst werden
- ☞ In Systemen mit **dynamischen** Prioritäten
 - ▶ lässt sich ein solcher kritischer Zeitpunkt **nicht** identifizieren,
 - ▶ was die Antwortzeitanalyse ungemein **aufwendig** macht.

Simulation

- Vorteil**
 - ▶ Analysemethoden sind sehr **komplex** und schwer verständlich
 - ▶ Planungsalgorithmen sind relativ **einfach**
 - ☞ Konstruktion eines Ablaufplans!
- Voraussetzung**
 - ▶ Simulation muss den *worst case* treffen
- Lösung**
 - ▶ Simulation muss am kritischen Zeitpunkt beginnen

Vergleiche Beispiel auf S. 9- 30



☞ Methode, die in vielen industriellen Werkzeugen vorzufinden ist

Resümee

Zulässigkeit einer Menge von Aufgaben

- ▶ **zentrale Frage**: ist eine Menge von Aufgaben zulässig?
- ▶ d.h. können alle Aufgaben termingerecht abgearbeitet werden?

Komplexität dieser Fragestellung

- ▶ Entscheidung der Zulässigkeit ist sehr, sehr schwierig
- ▶ nur Sonderfälle sind in polynomieller Laufzeit berechenbar
- ▶ nahezu alle Varianten des Problems sind **stark NP-hart**

Optimalität eines Ablaufplanungsalgorithmus

- ▶ ist ein Ablaufplanungsalgorithmus **optimal**,
- ▶ findet er einen zulässigen Ablaufplan für eine bestimmte Aufgaben,
- ▶ **gdw** ein zulässiger Ablaufplan existiert.

Planbarkeitsanalyse für dynamische und statische Prioritäten

- ▶ dynamische Prioritäten \leadsto CPU-Auslastung, Zeitbedarfsanalyse
- ▶ statische Prioritäten \leadsto Antwortzeitanalyse, Simulation