

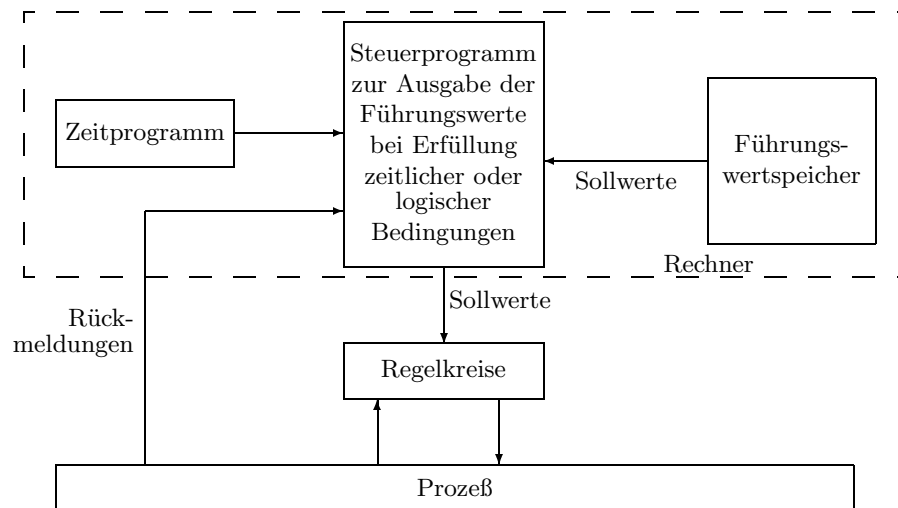
## D.6 Führung

- ◆ Aufgabe der automatischen Prozessführung ist es, die Zustandsgrößen des Prozesses durch Vorgabe von **übergeordneten Sollwerten** (Prozessanforderungen) für die Regler bzw. durch direkten Eingriff über die Stellglieder so zu beeinflussen, dass der Prozess in **gewünschter Weise** abläuft
- 
- ◆ Bei einer großen Zahl von Anwendungen ist die automatische Prozessführung das **eigentliche Ziel** des **Rechnereinsatzes**.
- ◆ Das **Bedienungspersonal** ist dadurch weitgehend **entlastet** und hat nur noch die Aufgabe, im **Störfall** geeignete Maßnahmen zu ergreifen und evtl. bei Rechnerausfall einen **Notbetrieb** zu fahren.

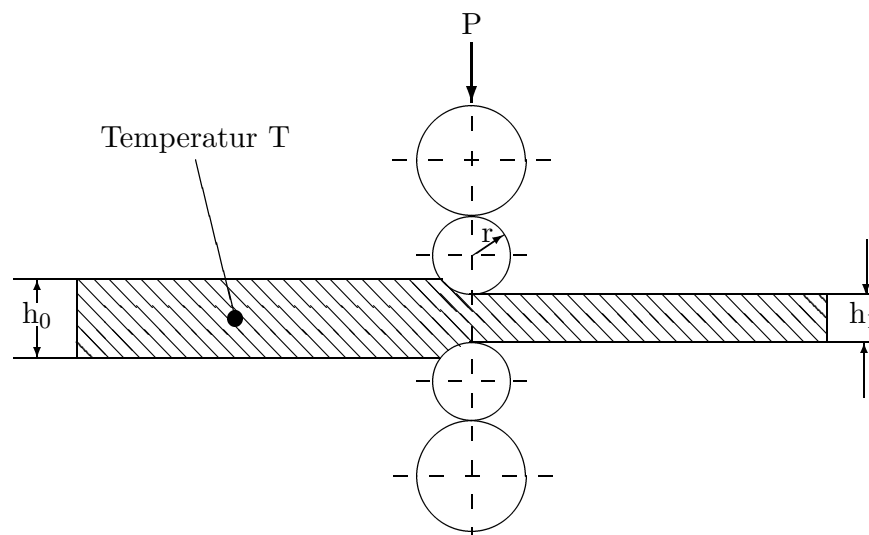
### 1 Führung nach Festprogramm

- ◆ **Einfachste** Form der Prozessführung
- ◆ Abhängig von logischen und zeitlichen Bedingungen liegen **feste Werte** und **Befehlsabläufe** vor, die aus dem Speicher des Rechners abgerufen und als **Sollwerte** an die entsprechenden **Regelungen** und **Steuerungen** ausgegeben werden.
- ◆ Der Rechner wird bei diesen Aufgaben als **Datenspeicher** sowie zur **Verknüpfung** logischer Bedingungen benutzt.
- ◆ Die **Sollwerte** werden **nicht** vom Rechner selbst **ermittelt** sondern müssen ihm **vorgegeben** werden.

## ◆ Führung nach Festprogramm



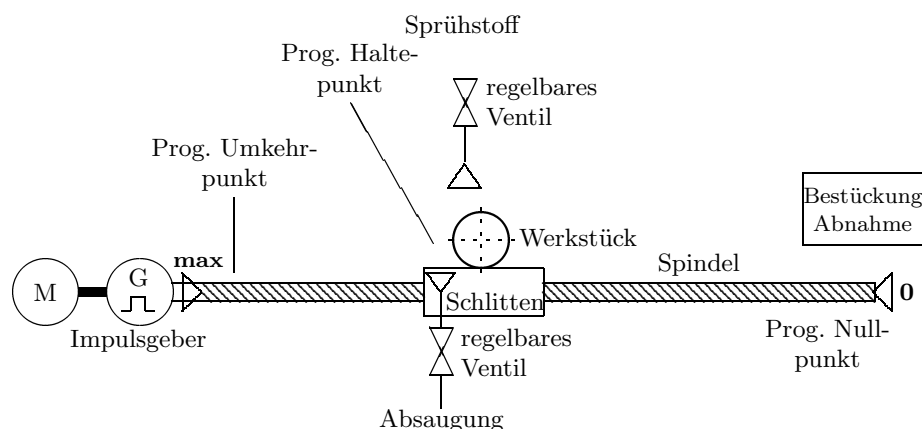
## ■ Beispiel: Walzen von Blechen in einer Walzstraße



Walzkraft  $P$ , Arbeitswalze mit Radius  $r$ , Walzgut der Breite  $B$ , mit Temperatur  $T$ , Anfangshöhe  $h_0$  und Endhöhe  $h_1$

- ◆ Über **Messgeräte** bzw. durch von außen eingegebene Daten erhält der Rechner beim Eintreffen einer neuen **Bramme** (Walzstück, Eisenblock) **Informationen** über die Eingangs- bzw. Endabmessungen, das Gewicht und die Materialeigenschaften des Walzgutes.
- ◆ Diese Werte werden an das zu startende **Walzprogramm** weitergegeben, das dafür sorgt, dass die **Sollwerte** (Führungsgrößen) für die **Walzeinstellung** (Drehzahl, Position des Walzgutes auf den Rollgängen, Walzspalt), je nach gewünschtem Ausgangsprodukt, **zeitrichtig** weitergeleitet werden.
- ◆ Die angelieferte **Bramme** wird mit diesem Festprogramm, welches Bleche einer bestimmten **Dicke** und **Qualität** erzeugt, gewalzt.
- ◆ Durch entsprechende **Signale** von **Messfühlern** (z.B. Fotozellen, Pressduktoren), die auf Alarmeingänge geschaltet sind, erhält der Rechner ständig **Rückmeldungen** aus dem Prozess über die Lage des Walzgutes innerhalb der Walzstraße.

## ■ Beispiel: Besprühungsanlage



- ◆ Auf der rechten Seite wird der fahrbare **Schlitten** mit dem zu besprühenden **Werkstücktyp be-** bzw. **entladen**.
- ◆ Danach wird durch Betätigung eines Starttasters der **Schlitten** bei noch **ausgeschaltetem Sprühstoff** nach einem wegabhängigen **Geschwindigkeitsprogramm 1** bis zum **Umkehrpunkt** gefahren.
- ◆ Und dann mit dem wegabhängigen **Geschwindigkeitsprogramm 2** bis zum **Haltepunkt** in Düsenhöhe gefahren.
- ◆ Gleichzeitig mit dem Beginn des Programms 2 wird ein **wegabhängiges Blasprogramm 3** und **wegabhängiges Absaugprogramm 4** gestartet, die beide am **Haltepunkt** beendet sind.

- ◆ An dieser Position wird, während einer festgelegten **Wartezeit**, ein **zeitabhängiges Blasprogramm 5** und ein **zeitabhängiges Absaugprogramm 6** gestartet.
- ◆ Nach Ablauf der Zeitprogramme wird gleichzeitig mit dem **wegabhängigen Geschwindigkeitsprogramm 7** das **wegabhängige Blas-** bzw. **Absaugprogramm 8/9** gestartet, nach deren Ablauf der Schlitten wieder in **Grundstellung** steht.
- ◆ Dann wird nochmals **Programm 1** gestartet, so dass der Schlitten bis zum **Umkehrpunkt** fährt.
- ◆ Dort wird das **wegabhängige Geschwindigkeitsprogramm 10** mit voll **aufgesteuertem Sprühstoff** und **maximaler Absaugung** gestartet.
- ◆ Nach Beendigung des Programms 10 steht der Schlitten wieder am programmierten **Nullpunkt** zur **Entnahme** des **Werkstücks**.

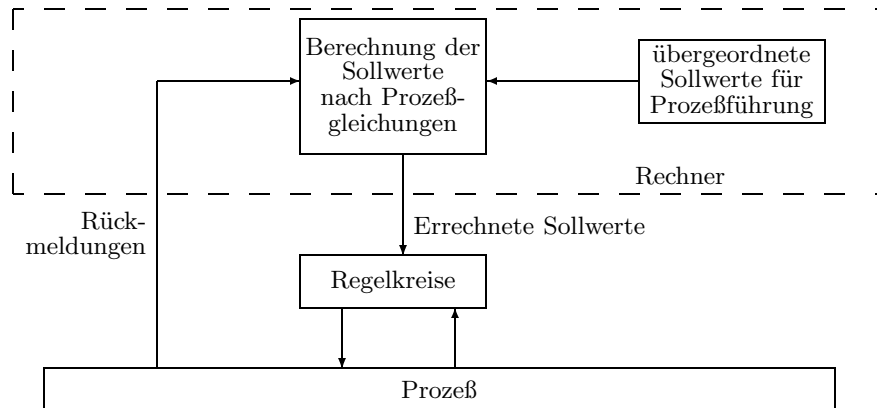
◆ Ansteuerung der Stellglieder

- Die **Geschwindigkeit** des **Verfahrenmotors** (der die Spindel rotieren lässt) wird direkt vom gestarteten Festprogramm als **Sollwert** (0 bis 10 V) einem **Regler** übergeben.
- Die **Richtung** des Antriebs wird über **Digitalausgänge** und **Umkehrschütze** realisiert.
- Der **Weg** des Schlittens wird mit einem **Impulsgeber** verfolgt.
- Ein angestoßenes **Sprühprogramm** regelt den **Druck** des Sprühstoffs (für die Istwerterfassung ist im Sprührohr ein Druckmessumformer eingebaut) und die **Position** des Sprühventils.
- Das **Sprühprogramm** gibt einen **Sollwert** (0 bis 10V) auf eine **Ventilansteuerbaugruppe**, die dann das entsprechende Stellsignal für das Sprühventil erzeugt.
- Auf gleiche Weise funktioniert die Absaugung.

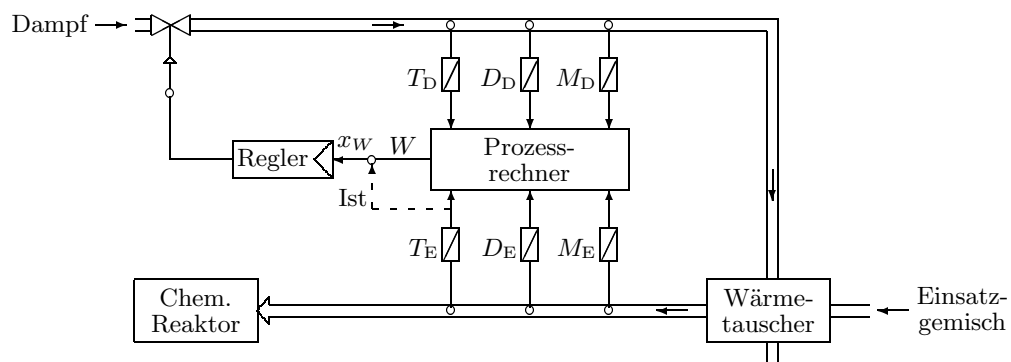
## 2 Führung nach Prozessgleichungen

- ◆ Bei der Führung nach Prozessgleichungen werden die **Sollwerte** (Führungsgrößen) für die entsprechenden Regelkreise durch den **Rechner bestimmt**.
- ◆ **Ziel**: einige ausgewählte Prozessausgangsgrößen auf vorgegebenen Werten zu halten.
- ◆ **Voraussetzung** dafür ist, dass diese **Prozessgrößen gemessen** werden können.
- ◆ Über **Prozessgleichungen** ermittelt der Rechner aufgrund der übergeordneten **Sollwerte** (Prozessanforderungen) und den **Rückmeldungen** aus dem Prozess, die **Sollwerte** für die **unterlagerten Regelkreise**

## ◆ Führung nach Prozessgleichungen



## ■ Beispiel: Chemischer Reaktor



- ◆ Dem chemischen Reaktor eines Kraftwerkes wird das **Einsatzgemisch**, unter Verwendung eines Rechners, in der richtigen **Menge**  $M_E$  mit dem richtigen **Druck**  $D_E$  und insbesondere der richtigen **Temperatur**  $T_E$  zugegeben.

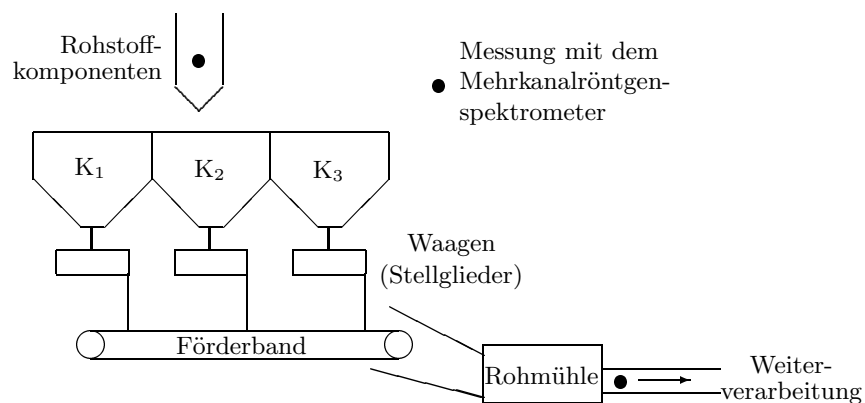
- ◆ Die **Istwerte** von Menge, Temperatur und Druck des **Einsatzgemisches** werden, direkt vor Eintritt in den Reaktor, **gemessen** und an den Prozessrechner **weitergeleitet**.
- ◆ Parallel dazu werden die **Istwerte** des **Dampfes**, der das Einsatzgemisch in einem Wärmetauscher erhitzen soll, erfasst.
- ◆ Der Rechner ermittelt daraus, aufgrund von eingespeicherten **Prozessgleichungen**, die **Sollwerte**  $W$  und die **Regelabweichung**  $x_W$
- ◆ Diese wird an den **Regler** weitergeleitet, der daraufhin das **Ventil** für die **Dampfmenge** entsprechend einstellt.
- ◆ Durch das Verändern der **Dampfmenge** erfolgt ein ständiger Abgleich des Istwertes mit dem Sollwert für die **Temperatur** des **Einsatzgemisches**

## ■ Beispiel: Rohmehlaufbereitung bei der Zementherstellung

- ◆ Zur Herstellung von **Zement** benötigt man **Ausgangsrohstoffe** wie **Kalkstein**, **Mergel** und **Ton**.
- ◆ Diese werden **gemahlen** und als **Rohmehl** mit festgelegten Mischungs-spezifikationen in einem **Brennprozess** zum sogenannten **Klinker** gesintert.
- ◆ Das **Mischungsverhältnis** der **Grundstoffe** ( Ca, Fe, Al, Si ) im **Rohmehl** ist entscheidend für die **Qualität** des Klinkers und des Endprodukts, dem Zement.
- ◆ **Aufgabe** des Führungsprogramms ist es, die **gleichmäßige chemische Zusammensetzung** des Rohmehls sicherzustellen.

- ◆ Der Istwert, die chemische **Zusammensetzung** des **Rohmehls**, wird mit einem **Mehrkanal-Röntgenspektrometer** (MRS), erfasst.
- ◆ Ebenso die **Zusammensetzung** der **Rohstoffkomponenten**.
- ◆ Daraus bestimmt der Rechner die **Stellgrößen** für die **Waagen** der Rohstoffkomponenten.
- ◆ Für diese Berechnungen **benötigt** der **Rechner** die mathematischen Zusammenhänge der einzelnen Parameter, die **Prozessgleichungen**.

### ◆ Rohmehlaufbereitung bei der Zementherstellung





◆ Herleitung der **Prozessgleichungen**:

- **Rohmehl** besteht aus  $n$  **Rohstoffkomponenten** (Kalkstein, Ton, ... )
- **Rohstoffkomponenten** bestehen aus  $m$  **Grundstoffen** (Ca, Fe, Al, Si, ...)

Der Grundstoff  $g$  ( $1 \leq g \leq m$ ) ist im Rohstoff  $s$  ( $1 \leq s \leq n$ ) in der *Konzentration*  $k_{gs}$  enthalten.

Der *Gewichtsanteil* des Rohstoffs  $s$  im Rohmehl beträgt:  $w_s$  ( $1 \leq s \leq n$ ), das ist die *zu ermittelnde Waageneinstellung*.

Der Grundstoff  $g$  ist im Rohmehl in der *Konzentration*  $r_g$  ( $1 \leq g \leq m$ ) enthalten ( $r_g$  ist der geforderte *Sollwert*).

- Die **Konzentration** eines **Grundstoffes**  $g$  im **Rohmehl** mit  $n$  Rohstoffkomponenten errechnet sich aus der **Summe** der Gewichtsanteile der einzelnen **Rohstoffkomponenten**  $w_s$  die jeweils mit den zugehörigen **Konzentrationen**  $k_{gs}$  **multipliziert** werden:

$$r_g = \sum_{s=1} w_s k_{gs} \quad \text{mit } (1 \leq g \leq m);$$

d.h. man hat folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} r_1 &= w_1 k_{11} + w_2 k_{12} + \dots + w_n k_{1n} \\ &\vdots \\ r_m &= w_1 k_{m1} + w_2 k_{m2} + \dots + w_n k_{mn} \end{aligned}$$

Die **Konzentration**  $k_{gs}$  des **Grundstoffes**  $g$  in der **Rohstoffkomponente**  $s$  wird mit dem **MRS** gemessen.

In Matrizenschreibweise erhält man:

$$\begin{aligned}\underline{r} &= \underline{K} \underline{w} && \text{oder} \\ \underline{w} &= \underline{K}^{-1} \underline{r} && \text{falls } \underline{K} \text{ invertierbar}\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}\underline{r}^T &= (r_1, \dots, r_m), & \underline{w}^T &= (w_1, \dots, w_n) \\ \underline{K} &= \begin{pmatrix} K_{11} & \cdots & K_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ K_{m1} & \cdots & K_{mn} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

- Die **Waageneinstellungen**  $w_s$  werden, unter Zuhilfenahme des **Gleichungssystems**, so bestimmt, dass -- auch bei unterschiedlichen Konzentrationen der einzelnen Grundstoffe in den Rohstoffkomponenten  $k_{gs}$  -- die **Gesamtkonzentration** der jeweiligen **Grundstoffe** im **Rohmehl**  $r_g$  konstant bleibt.

## D.7 Optimierung

- Bei der Prozessoptimierung geht man noch einen Schritt weiter als bei der Prozessführung. Der Rechner hat hier die Aufgabe, die **optimalen Sollwerte** für die Prozessführung zu ermitteln. Hinsichtlich der Optimierung lassen sich **zwei Gruppen von Prozessen** unterscheiden:
  - ◆ Prozesse mit ständig **gleichbleibenden** Produktionsprogrammen.
    - Diese können bereits bei der **Planung** optimiert werden (z.B. Wärmekraftwerke).
  - ◆ Prozesse mit häufig **wechselnden** Produktionsprogrammen.
    - Diese müssen bei jedem Produktionswechsel optimiert werden (z.B. Transportsysteme, elektrische Netze). Die Optimierung muss hierbei schritthaltend mit dem **Prozessablauf** durchgeführt werden.

■ Wichtig für die Optimierung ist die **Zielgröße**, die von der Art der Optimierungsaufgabe abhängt:

- ◆ **Minimierung der Rohstoffkosten**, z.B. durch Ausnutzung zulassiger Toleranzen bei der Chargierung oder kontinuierlicher Mischung, bestmögliche Ausnutzung von preiswerten Rohstoffsorten.
- ◆ **Minimierung der Betriebskosten** durch Ausnutzung der jeweils billigsten Anbieter oder Tarife.
- ◆ **Minimierung des Verschnitts** bei der Aufteilung von Fertigungslosen in Auftragsabmessungen, indem alle möglichen Aufteilungen der Lose nach der günstigsten durchsucht werden.
- ◆ **Minimierung der Fertigungszeit**, indem die Zugriffe auf Werkteile in ihrer Anzahl so klein wie möglich gehalten und alle benötigten Teile rechtzeitig angefordert werden.
- ◆ **Minimierung der Umweltbelastung** durch Verringerung der Schadstoffaustritte und rechtzeitigen Prozessabbruch im Falle einer Störung.

- ◆ **Maximierung des Prozesswirkungsgrades** durch Auswahl der jeweils effektivsten Produktionseinheiten oder durch Wahl des günstigsten Betriebspunktes unter Ausnutzung eines erlaubten Spielraums für die Produktionsleistung.
- ◆ **Maximale Ausnutzung der Produktionskapazität** durch optimale Bearbeitungsfolge verschiedener Produktionsprogramme. Damit können bei neuen Anlagen Investitionskosten gespart oder die Kapazität bereits bestehender Anlagen durch Einsatz eines Rechners erhöht werden (z.B. Transportsysteme, Galvanikanlagen).
- ◆ **Maximierung der Produktqualität** durch rechtzeitige Prüfung von Substanzen (z.B. durch Analyseverfahren) und schnelle Reaktion bei veränderten Ausgangsbedingungen.
- ◆ **Optimierung der Lastverteilung** um z.B. eine gleichmäßige Ausnutzung von elektrischen Versorgungsnetzen zu gewährleisten und damit den Ausfall einzelner Netzteile durch Überlast zu vermeiden.

- Bei den verschiedenen **Optimierungsverfahren** handelt es sich um Methoden, mit deren Hilfe es möglich ist, diejenigen Werte der Einflussgrößen eines Prozesses zu finden, für die die Zielgrößen einen optimalen Wert annehmen.
- Für eine **Zielfunktion**  $Z = f[x_1, x_2, \dots, x_n]$  sind die **Variablen**  $x_1$  bis  $x_n$  so zu bestimmen, dass  $Z$  ein **Maximum** oder ein **Minimum** annimmt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass bestimmte **Nebenbedingungen**  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  fest vorgegebene **Schranken**  $b_i$  nicht über- bzw. unterschreiten.

## 1 Lineare Optimierung

- Falls die Gleichungen für die Zielfunktion und die Nebenbedingungen einfache Linearkombinationen der Variablen  $x_i$  sind, spricht man von **linearer Optimierung** oder auch **linearer Programmierung**.

Ermittelt wird das Minimum oder Maximum einer Zielfunktion der Form  $Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$ , wobei die Variablen  $x_j$  endlich vielen *linearen Nebenbedingungen* (Restriktionen)  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$  genügen müssen, mit  $a_{ij}$  bzw.  $c_j$  als bekannte Konstanten.

■ Beispiel:

Zu maximieren sei

$$Z = \frac{1}{2}x_1 + x_2$$

unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen

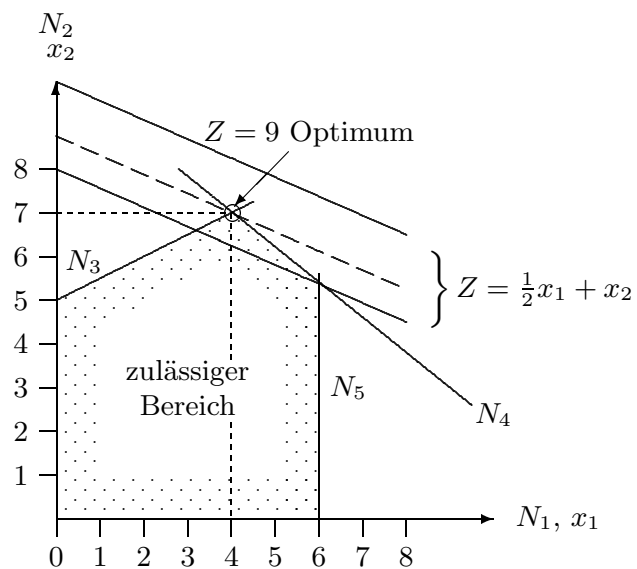
$$N_1: x_1 \geq 0$$

$$N_2: x_2 \geq 0$$

$$N_3: -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 5$$

$$N_4: x_1 + x_2 \leq 11$$

$$N_5: x_1 \leq 6$$



- ◆ Jede **Ungleichung** definiert eine **Halbebene**, in der jede Lösung der linearen Optimierungsaufgabe liegen muss.
- ◆ Da die Lösung der Optimierungsaufgabe **allen Nebenbedingungen** genügen muss, definiert das Gebiet der **Schnittmenge** all dieser Halbebenen die Menge aller möglichen Lösungen (zulässiger Bereich).
- ◆ Gefunden werden muss nun der Punkt aus der Schnittmenge, der die **Zielfunktion maximiert**.

### ■ Simplexmethode:

- ◆ Nur die **Eckpunkte** kommen als Lösungsmöglichkeiten in Betracht und nicht die Punkte im Inneren der Schnittmenge.
- ◆ Derjenige Eckpunkt, dessen Koordinaten ein **Maximum für Z** liefern, stellt die geforderte Lösung dar.
- ◆ Im Beispiel ergibt sich der Eckpunkt mit den Koordinaten (4,7) als Maximum für die Zielfunktion Z, die in diesem Punkt den Wert 9 als gesuchtes Optimum annimmt.

- Anwendungsbeispiele der Linearen Optimierung;
  - ◆ **Mischungsrechnungen**, z.B. das möglichst kostengünstigste Mischen von Benzin und Zusätzen zu Treibstoffen in Raffinerien
  - ◆ **Transportprobleme**, z.B. die optimale Ausnutzung von Transportkapazitäten unter Minimierung der Kosten
  - ◆ **Lastverteilungsfragen**, z.B. bei der elektrischen Stromversorgung in Netzen
  - ◆ **Verschnittreduktion**, z.B. beim Zuschneiden von Tafelglas, so dass der Verschnitt minimal wird
  - ◆ **Kostenfragen**, z.B. die Minimierung der Kosten in einem Verbundnetz unter bestimmten Nebenbedingungen, wie feste Rechnerleistung.

## 2 Nichtlineare Optimierung

- ◆ Ist **mindestens eine** der in der Optimierungsaufgabe vorkommende **Funktion nichtlinear**, so heißt die Aufgabe nichtlinear.
- ◆ Beispiele für Verfahren zur nichtlinearen Optimierung:
  - Klassische Optimierungsverfahren:
    - **Lagrangemethode**
    - **Gradientenverfahren**
  - **Approximationsverfahren**, die das Problem so aufbereiten, dass der Simplexalgorithmus anwendbar wird.
  - **Stochastische Suchverfahren** (lassen sich auch zur linearen Optimierung anwenden)

### 3 Stochastische Suchverfahren

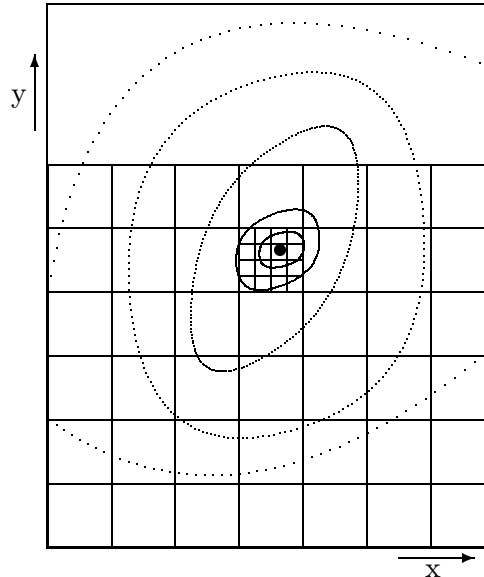
- ◆ Auch **Probiervverfahren** oder "Trial and Error"
- ◆ Die **Zielgröße** wird **probeweise** für eine Reihe von Wertekombinationen ermittelt.
- ◆ Nach Vorliegen einiger Funktionswerte, werden --- je nach Verfahren mehr oder weniger zufällig --- diejenigen Kombinationen von Variablen ausgewählt, welche einen **Höchst-** bzw. **Minimalwert** für die **Zielgröße** ergaben.
- ◆ Diese **Verfahren eignen** sich besonders dann, wenn die vorliegenden Zielfunktionen **nicht analytisch behandelbar** sind oder die Zielfunktion sehr **kompliziert** (z.B. nichtlinear) ist.

#### ■ Suche ohne System, Zufallssuche

- ◆ Es werden hierbei in dem Gebiet, in dem die Zielgröße zu finden ist, (möglichst viele) **zufällige Wertekombinationen** herausgegriffen.
- ◆ Für diese Wertekombinationen werden die **Werte** für die **Zielgröße** ermittelt.
- ◆ Ausgewählt wird dann die Kombination, für die die **Zielgröße** den **optimalen Wert** hat.
- ◆ **Kaum angewendet**, da Rechen- und Speicheraufwand zu groß.

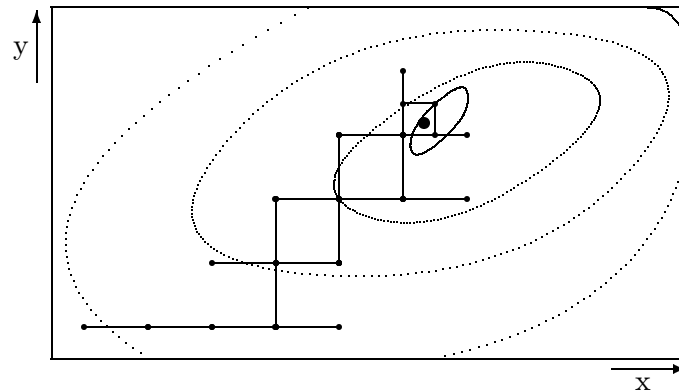


## ■ Faktorielle Methode:

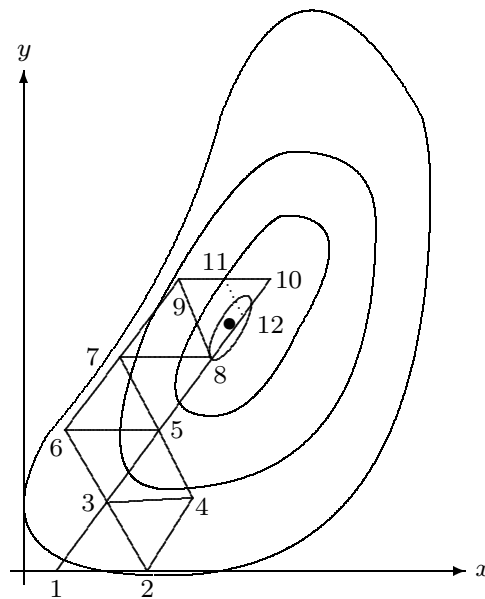


- ◆ Über das zu betrachtende Gebiet wird ein **Raster** (Netz) von Linien gelegt, das sich aus durchgerechneten Variablenkombinationen ergibt.
- ◆ Für die **Schnittpunkte** werden die Werte für die Zielgröße ermittelt
- ◆ Ausgewählt wird dann der **Schnittpunkt**, für den die Zielgröße den **optimalen** Wert hat.
- ◆ Das **Teilgebiet**, in dem das Optimum liegt, wird dann auf die gleiche Weise mit einem Netz überspannt und erneut nach dem Bereich, in dem das Optimum liegt, durchsucht.
- ◆ Wesentlich **effektiver** als Zufallssuche.

## ■ Ein-Faktor-Methode



- ◆ Der Wert der Zielgröße wird zunächst nur in Abhängigkeit von **einer Einflussgröße** (Faktor) ermittelt.
- ◆ Man erhält für diese einen **bedingten Optimalwert**.
- ◆ Nachfolgend wird dann **ein Faktor nach dem anderen** behandelt.
- ◆ Diese Berechnung muss bei fortlaufender Verbesserung der bedingten Optimalwerte solange fortgesetzt werden, bis der Verbesserungsschritt kleiner als eine vorgegebene Schranke geworden ist.
- ◆ Nur bei einer relativ **geringen Anzahl von Einflussgrößen** lässt sich dieses Verfahren **sinnvoll** einsetzen.



- ◆ Nicht mit dem Simplexalgorithmus von Dantzig zur Lösung linearer Optimierungsprobleme zu verwechseln.
- ◆ Zu Beginn der Suche werden  $n+1$  Punkte im  $n$ -dimensionalen Raum so festgelegt, dass sie die Ecken eines regulären **Simplex** (Startsimplex) bilden.
- ◆ Im zweidimensionalen Raum entspricht ein regulärer **Simplex** einem gleichseitigen **Dreieck**.
- ◆ Für diese  $n+1$  Startsimplexpunkte wird jeweils der Wert der **Zielfunktion** ermittelt.
- ◆ Anschließend wird mit der Suche nach dem Optimum begonnen.
- ◆ Der **schlechteste Wert** der  $n+1$  Punkte wird am Schwerpunkt der verbleibenden Ecken **gespiegelt**.

- ◆ Dies ergibt einen **neuen** Punkt, der den **alten ersetzt**.
- ◆ Ergeben sich nach m Spiegelversuchen **nur schlechtere Punkte**, so hat sich der Simplex um den besten Punkt gedreht und befindet sich nun wieder in der **gleichen Position** wie vor den m Spiegelungen.
- ◆ Da sich der Simplex dann entweder in einer sehr **engen Schlucht** oder in der **Nähe des Optimums** befindet, wird er verkleinert, in dem die Abstände **halbiert** werden.

## 4 Gradientenverfahren

- ◆ Die verschiedenen Gradientenverfahren machen alle Gebrauch von der Tatsache, dass der **Gradient in Richtung des steilsten Anstiegs** bzw. der negative Gradient in Richtung des steilsten Abstiegs von  $Z$  zeigt.
- ◆ Diese Verfahren benutzen die Größe und das Vorzeichen der Gradienten der entsprechenden Zielgrößen um ---ausgehend von einer bestimmten Basis --- durch **schrittweise** Verbesserung der Betriebsparameter in **Richtung des jeweiligen Gradienten** zum Optimum zu kommen.
- ◆ Die einzelnen **Verbesserungsschritte**  $V$  werden nach folgender Rechenvorschrift durchgeführt:

$$V_{K+1} = V_K + \sigma \nabla Z.$$

Dabei bedeutet  $K$  die Anzahl der Verbesserungsschritte,  $\sigma$  die Schrittweite und nabla  $\nabla Z$  den Gradienten der Zielgröße.

- ◆ Die **Unterschiede** der einzelnen Verfahren der Gradientenmethode liegen in der Wahl der **Schrittweite**  $\sigma$  und des **Richtungsvektors**  $\nabla Z$ :
  - Bei der Methode des **optimalen Gradienten** wird die anfangs eingeschlagene Richtung so lange beibehalten, bis die Zielgröße nicht mehr zunimmt. Erst dann wird eine neue optimale Gradientenrichtung berechnet.
  - Bei der Methode des **steilsten Anstiegs** wird nach jedem Rechenschritt eine neue Gradientenrichtung berechnet, so dass man dadurch auf kurzem Weg zum Optimum kommt.

- ◆ Um Gradientenverfahren zur Optimierung von Zielgrößen anwenden zu können, müssen eine Reihe von **Voraussetzungen** erfüllt sein:
  - Der zu optimierende Prozess muss mittels **Gleichungen** beschreibbar sein.
  - Die Zielgröße muss **kontinuierlich** sein.
  - Die Topologie des Systems muss **zeitlich konstant** sein.
  - Es ist eine günstige Voraussetzung, wenn die Zielgröße im Optimum durch Berechnung der **zweiten Ableitung** genügend sicher bestimmt ist.
  - Daraus ergibt sich, dass Gradientenverfahren vorwiegend bei **kontinuierlichen** Prozessen angewendet werden.

## 5 Diskrete (ganzzahlige) Optimierung

- ◆ Variablen  $x_i$  können nur feste, meist **ganzzahlige**, Werte annehmen.
  - Bei **Mischungsprobleme** können oft die Mischungskomponenten nur in bestimmten Portionen zugesetzt werden.
  - Bei **Kapazitätsauslastungen** können oft von vorhandenen Kapazitäten nicht beliebige Anteile genutzt werden.
- ◆ Bekannte **Lösungsverfahren** hierfür sind:
  - **Schnittebenenverfahren**
  - **kombinatorische** Verfahren, z.B. Branch-and-Bound
  - **stochastische** Suchverfahren (s.o.)

## 6 Dynamische Programmierung

- ◆ Für **komplizierte** lineare und **nichtlineare** Optimierungsprobleme
- ◆ Meist **viele** Parameter
- ◆ **Prinzip:** Ein n-stufiger Entscheidungsprozess wird auf n einstufige Entscheidungsprozesse zurückgeführt.