

Verlässliche Echtzeitsysteme

Übungen zur Vorlesung

Filter

Tobias Klaus, Florian Schmaus, Peter Wägemann

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
Lehrstuhl Informatik 4 (Verteilte Systeme und Betriebssysteme)
<https://www4.cs.fau.de>

25. April 2016



- 1 C-Quiz Teil II
- 2 Festkommaarithmetik
- 3 Softwareentwurf
- 4 Hinweise zur Aufgabe: Filter



- C99
- x86 bzw. x86-64, d. h.
 - vorzeichenbehaftete Integer als Zweierkomplement implementiert
 - char hat 8 Bit
 - short hat 16 Bit
 - int hat 32 Bit
 - long hat 32 Bit auf x86 und 64 Bit auf x86-64



Frage 4

Zu was wird $-1L > 1U$ auf x86-64 ausgewertet? Auf x86?

1. beides 0
2. beides 1
3. 0 auf x86-64, 1 auf x86
4. 1 auf x86-64, 0 auf x86



Frage 4

Zu was wird $-1L > 1U$ auf x86-64 ausgewertet? Auf x86?

1. beides 0
2. beides 1
3. 0 auf x86-64, 1 auf x86
4. 1 auf x86-64, 0 auf x86

Erklärung

- auf x86-64 ist `int` kürzer als `long`
- ↪ `unsigned int` wird zu `long` ↪ $-1L > 1L \Rightarrow 0$
- auf x86 entspricht `int` dem Datentyp `long`
- ↪ `UINT_MAX > 1U` $\Rightarrow 1$



Frage 5

Zu was wird `SCHAR_MAX == CHAR_MAX` ausgewertet?

1. 0
2. 1
3. nicht definiert



Frage 5

Zu was wird `SCHAR_MAX == CHAR_MAX` ausgewertet?

1. 0
2. 1
3. nicht definiert

Erklärung

- C99 schreibt nicht vor ob `char` vorzeichenbehaftet ist
- auf x86 und x86-64 ist `char` für gewöhnlich vorzeichenbehaftet



Frage 6

Zu was wird `UINT_MAX + 1` ausgewertet?

1. 0
2. 1
3. `INT_MIN`
4. `UINT_MIN`
5. nicht definiert



Frage 6

Zu was wird `UINT_MAX + 1` ausgewertet?

1. 0
2. 1
3. `INT_MIN`
4. `UINT_MIN`
5. nicht definiert

Erklärung

Der C-Standard garantiert, dass `UINT_MAX + 1 == 0`



1 C-Quiz Teil II

2 Festkommaarithmetik

3 Softwareentwurf

4 Hinweise zur Aufgabe: Filter



- kaum ein Mikrocontroller hat eine *Gleitkommaeinheit*
- *kein EAN* für Gleitkommazahlen
 - ↪ *Festkommaarithmetik* mit Ganzzahlen
- Zahlenformat häufig in Q-Notation [2] angegeben
- $Qm.n$ ↪ Festkommazahl mit
 - m Bit vor dem Komma, n nach dem Komma, ein Vorzeichenbit
 - Wertebereich: $[-2^m, 2^m - 2^{-n}]$
 - Auflösung: 2^{-n}
- Implementierung für Übungsaufgabe *vorgegeben*

Implementierung als Integer

↪ welches Q-Format Verwendung findet, ist dem Anwendungsprogrammierer überlassen



von Gleitkomma nach Qm.n

1. Multiplikation mit 2^n
2. Runden auf die nächste Ganzzahl

von Qm.n nach Gleitkomma

1. Umwandlung in Gleitkommazahl \rightsquigarrow cast
2. Multiplikation mit 2^{-n}



- Addition und Subtraktion wie bei Ganzzahlen

Addition

```
1 int32_t      a = ...;  
2 int32_t      b = ...;  
3 int32_t result = a + b;
```

Subtraktion

```
1 int32_t      a = ...;  
2 int32_t      b = ...;  
3 int32_t result = a - b;
```



- braucht Zwischenergebnis von doppelter Bitbreite

Multiplikation

```
1 #define K (1 << (n - 1))
2 int32_t a = ...;
3 int32_t b = ...;
4 int64_t t emp = (int64_t) a * (int64_t) b;
5 temp += K;
6 int32_t result = temp >> n;
```

Division

```
1 int32_t a = ...;
2 int32_t b = ...;
3 int64_t temp = (int64_t) a << n;
4 temp += b / 2;
5 int32_t result = temp / b;
```



1 C-Quiz Teil II

2 Festkommaarithmetik

3 Softwareentwurf

4 Hinweise zur Aufgabe: Filter



Modifizierbarkeit: lokale Veränderbarkeit

- ~ Änderungen an Anforderungen umsetzbar
- ~ Fehler korrigierbar

Effizienz: optimaler Betriebsmittelbedarf

- wird häufig zu früh berücksichtigt

Verlässlichkeit: über lange Zeit Funktionsfähigkeit ohne menschlichen Eingriff

- gutmütiges Ausfallverhalten
- muss von Anfang an eingeplant sein!

Verständlichkeit: Isolierung von

- Daten
- Algorithmen



Abstraktion: wichtige Details hervorheben

Kapselung: unnötige Details verbergen

Einheitlichkeit: konsistente Notation

Vollständigkeit: alle wichtigen Aspekte berücksichtigt

Testbarkeit: muss von Anfang an eingeplant werden

C macht es einem hier nicht leicht

~> disziplinierte Herangehensweise notwendig!



Abstraktion: wichtige Details hervorheben

Kapselung: unnötige Details verbergen

Einheitlichkeit: konsistente Notation

Vollständigkeit: alle wichtigen Aspekte berücksichtigt

Testbarkeit: muss von Anfang an eingeplant werden

C macht es einem hier nicht leicht

~> disziplinierte Herangehensweise notwendig!



Wie komme ich von der Beschreibung zur Software?

Objektorientierter/Objektbasierter Entwurf [1]

1. identifiziere Objekte und deren Attribute
2. identifiziere Operationen jedes Objekts
3. lege Sichtbarkeit fest
4. lege Objektschnittstellen fest
5. implementiere Objekte



- $\hat{x}[\kappa]$ Schätzung, α Filterparameter, $y[\kappa]$ Messwert
- Initialisierung: $\hat{x}[0] = 0$
- Filterschritt:

$$r[\kappa] = y[\kappa] - \hat{x}[\kappa - 1] \quad (1)$$

$$\hat{x}[\kappa] = \hat{x}[\kappa - 1] + \alpha \cdot r[\kappa] \quad (2)$$

- Optimale Parameter (σ_w^2 Prozessvarianz, T Abtastintervall, σ_v^2 Rauschvarianz):

$$\lambda = \sigma_w \cdot T^2 / \sigma_v \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{-\lambda^2 + \sqrt{\lambda^4 + 16\lambda^2}}{8} \quad (4)$$



1. Objekte und Attribute identifizieren

- Herangehensweise:
 - Hauptwortextraktion aus Anforderungsdokument
 - für kleinere Probleme: *Intuition*
- Was ist das Objekt? \rightsquigarrow Filter
- Attribute? Welche Information brauche ich für jeden Filterschritt?



1. Objekte und Attribute identifizieren

- Herangehensweise:
 - Hauptwortextraktion aus Anforderungsdokument
 - für kleinere Probleme: *Intuition*
- Was ist das Objekt? \rightsquigarrow Filter
- Attribute? Welche Information brauche ich für jeden Filterschritt?
 - Schätzung aus der Vorrunde $\hat{x}[\kappa - 1]$
 - Filterparameter α
 - aktuellen Messwert $y[\kappa]$ \rightsquigarrow kein Zustand, kommt von aussen

Vorläufige Objektschablone

```
1 typedef struct _Alpha_Filter {
2     AF_Value_t x;
3     AF_Value_t alpha;
4 } Alpha_Filter;
```



2. Operationen identifizieren

- Herangehensweise:
 - Verbenextraktion
 - für kleinere Probleme: *Intuition*
- Leben eines Objekts:
 1. Initialisierung \rightsquigarrow Betriebsmittel anfordern
 2. Verwendung
 3. Beseitigung \rightsquigarrow Betriebsmittel freigeben
- Was möchten Benutzer mit dem Filter machen?



2. Operationen identifizieren

- Herangehensweise:
 - Verbenextraktion
 - für kleinere Probleme: *Intuition*
- Leben eines Objekts:
 1. Initialisierung \rightsquigarrow Betriebsmittel anfordern
 2. Verwendung
 3. Beseitigung \rightsquigarrow Betriebsmittel freigeben
- Was möchten Benutzer mit dem Filter machen?
 - Filter initialisieren
 - Filterschritt ausführen
 - Schätzwert erfragen
 - Betriebsmittelfreigabe nicht notwendig



3. Sichtbarkeit festlegen

- in modernen Programmiersprachen `private`, `public`, ...
- in C nur eingeschränkt möglich
 - `modulintern` vs. `moduleextern`
- Leitfaden: möglichst wenig sichtbar machen



3. Sichtbarkeit festlegen

- in modernen Programmiersprachen `private`, `public`, ...
- in C nur eingeschränkt möglich
 - `modulintern` vs. `moduleextern`
- Leitfaden: möglichst wenig sichtbar machen
 - ↪ öffentliche Schnittstelle bedeutet Verpflichtung
- Was soll bei unserem Filter öffentlich sein?



3. Sichtbarkeit festlegen

- in modernen Programmiersprachen `private`, `public`, ...
- in C nur eingeschränkt möglich
 - `modulintern` vs. `moduleextern`
- Leitfaden: möglichst wenig sichtbar machen
 - ↳ öffentliche Schnittstelle bedeutet Verpflichtung
- Was soll bei unserem Filter öffentlich sein?
 - Initialisierung
 - Filterschritt
 - Schätzung abfragen
- alle anderen Operationen `modulintern`
 - ↳ Hilfsfunktionen `static`



4. Schnittstelle festlegen

- zwischen Modul und Außenwelt
- statische Semantik

Schnittstelle

```
1 void afilter_init(Alpha_Filter *filter,  
2                 AF_Value_t process_variance,  
3                 AF_Value_t noise_variance,  
4                 AF_Value_t sampling_interval);  
5  
6 void afilter_step(Alpha_Filter *filter,  
7                 AF_Value_t measurement);  
8  
9 AF_Value_t afilter_get_estimate(Alpha_Filter *filter);
```



5. Implementierung – Header

alpha_filter.h

```
1 #ifndef ALPHA_FILTER_H_INCLUDED
2 #define ALPHA_FILTER_H_INCLUDED
3
4 typedef float AF_Value_t;
5 typedef struct _Alpha_Filter {
6     AF_Value_t x;
7     AF_Value_t alpha;
8 } Alpha_Filter;
9
10 void afilter_init(Alpha_Filter *filter,
11                 AF_Value_t process_variance,
12                 AF_Value_t noise_variance,
13                 AF_Value_t sampling_interval);
14
15 void afilter_step(Alpha_Filter *filter,
16                 AF_Value_t measurement);
17
18 AF_Value_t afilter_get_estimate(Alpha_Filter *filter);
19 #endif // ALPHA_FILTER_H_INCLUDED
```



5. Implementierung – Initialisierung

$$\hat{x}[0] = 0 \quad (5)$$

$$\lambda = \sigma_w \cdot T^2 / \sigma_v \quad (6)$$

$$\alpha = \left(-\lambda^2 + \sqrt{\lambda^4 + 16\lambda^2} \right) / 8 \quad (7)$$

alpha_filter.c

```
1 void afilter_init(Alpha_Filter *filter,  
2                 AF_Value_t process_variance,  
3                 AF_Value_t noise_variance,  
4                 AF_Value_t sampling_interval) {  
5     filter->x = 0;  
6     AF_Value_t l = sqrt(process_variance)  
7         * sampling_interval * sampling_interval  
8         / sqrt(noise_variance);  
9     filter->alpha = (-l*l  
10        + sqrtf(l*l*l*l + 16.0f*l*l)) / 8.0f;  
11 }
```



5. Implementierung – Filterschritt

$$r[\kappa] = y[\kappa] - \hat{x}[\kappa - 1] \quad (8)$$

$$\hat{x}[\kappa] = \hat{x}[\kappa - 1] + \alpha \cdot r[\kappa] \quad (9)$$

alpha_filter.c

```
1 void afilter_step(Alpha_Filter *filter,  
2                 AF_Value_t measurement) {  
3     AF_Value_t r = measurement - filter->x;  
4     filter->x = filter->x + filter->alpha * r;  
5 }  
6  
7 AF_Value_t afilter_get_estimate(Alpha_Filter *filter) {  
8     return filter->x;  
9 }
```





KISS – Keep it Small and Simple!

- Kleine Softwaremodule mit geringer Kopplung
- *Eine* (C-)Funktion löst *eine* Aufgabe
- ☞ Bessere Wartbarkeit, Testbarkeit, Verifizierbarkeit

- 1 C-Quiz Teil II
- 2 Festkommaarithmetik
- 3 Softwareentwurf
- 4 Hinweise zur Aufgabe: Filter**



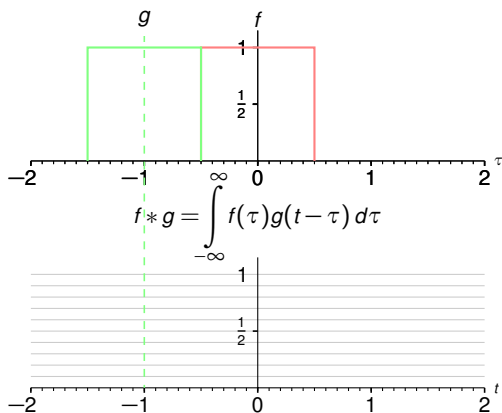
- Objekte identifizieren (z.B. Eingaben)
- Implementierung der Filterung (durch Faltung) mit Impulsantwort
 - f Signalwerte, g Filterwerte

$$(f * g)[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[m] \cdot g[n - m] \quad (10)$$

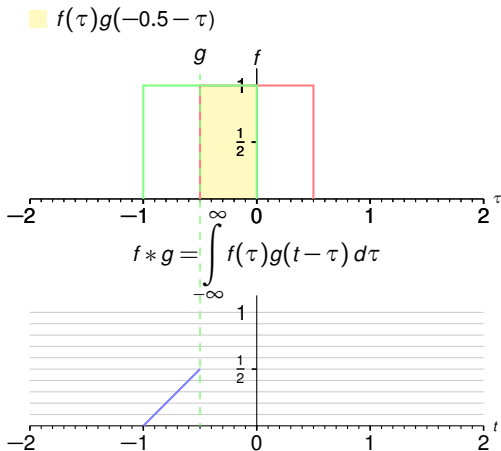
- Zunächst Verwendung von `float`, anschließend Festkommaformat



Beispiel: Faltung

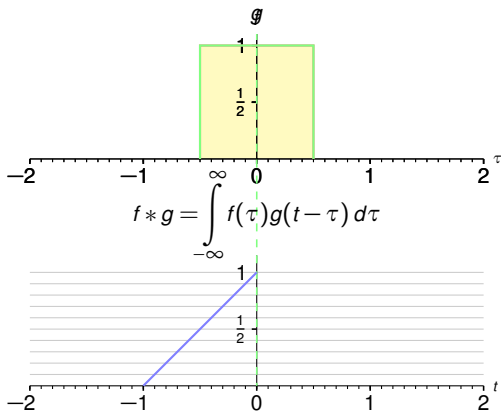


Beispiel: Faltung



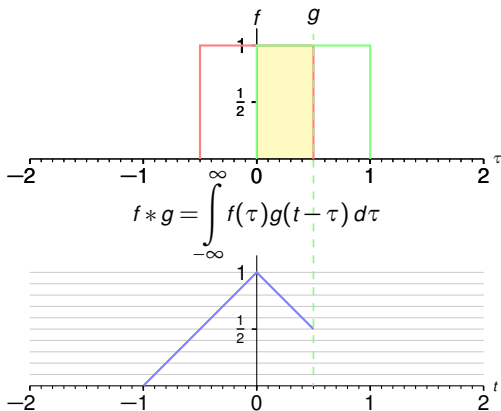
Beispiel: Faltung

■ $f(\tau)g(0-\tau)$



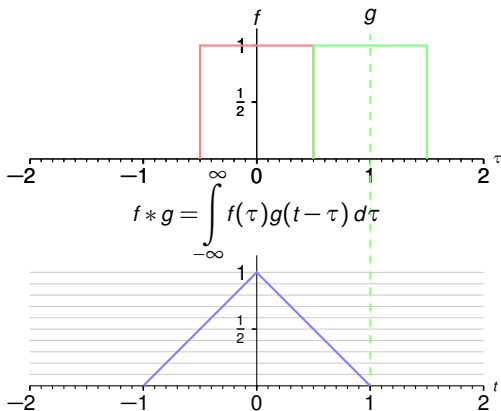
Beispiel: Faltung

■ $f(\tau)g(0.5 - \tau)$



Beispiel: Faltung

■ $f(\tau)g(1-\tau)$



42





Grady Booch.

Software Engineering with Ada.

The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 2nd edition, 1987.



Erick L. Oberstar.

Fixed-point representation & fractional math.

Technical report, Oberstar Consulting, August 2007.

