

Verlässliche Echtzeitsysteme

Verifikation funktionaler Eigenschaften – Design by Contract

Peter Wägemann

Lehrstuhl für Verteilte Systeme und Betriebssysteme

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

<https://www4.cs.fau.de>

20. Juni 2018



Übersicht der heutigen Vorlesung

- Verifikation funktionaler Eigenschaften: Design-by-Contract
 - Grundlage: Zusagen in Form von Vor- und Nachbedingungen
 - Wie beschreibt man diese Verträge?
 - Wie leitet man daraus Korrektheitsaussagen ab? $\leadsto$ Hoare- / WP-Kalkül
- Beschreibung von Verträgen mit Hilfe von Annotationen
 - Beispielsweise durch eine Erweiterung der Programmiersprache
 - Überprüft mithilfe eines Verifikationswerkzeugs
- 📖 Entwickeln eines groben Verständnisses
 - Wieso ist formale Verifikation immer noch ein Problem?
 - Umsetzung geht weit über den Umfang der Vorlesung/Übung



Gliederung

- 1 Grundlagen
- 2 Formale Spezifikation
 - Hoare-Kalkül
 - WP-Kalkül
- 3 Praktische Überlegungen
 - Zusicherungen
 - Funktionale Verifikation in Astreé
 - Formale Verifikation von Betriebssystemen: seL4
- 4 Zusammenfassung



Wiederholung: Fehlersuche in C-Programmen

- Diese Programm enthält diverse Fehler ...
 - Division durch 0, undefinierte Speicherzugriffe, Ganzzahlüberlauf

```
1 unsigned int average(unsigned int *array,  
2                     unsigned int size)  
3 {  
4     unsigned int temp = 0;  
5  
6     for(unsigned int i = 0; i < size; i++) {  
7         temp += array[i];  
8     }  
9  
10    return temp/size;  
11 }
```



Abstrakte Interpretation deckt diese Defekte auf

- Intervallanalyse erfasst z.B.
 - Den Wert 0 für size ...
 - Oder den möglichen Überlauf von temp



Ein korrekt(er)es C-Programm

Vermeidung von Laufzeitfehlern ist nur die halbe Miete

```
1 unsigned int average(unsigned int[16] array) {
2     unsigned long long temp = 0;
3
4     for(unsigned int i = 0; i < 16; i++) {
5         temp += array[i];
6     }
7
8     return temp/20;
9 }
```

Wir können diese Fehler beheben!

- Zumindest für Spezialfälle ist dies offensichtlich

Aber: Ist diese Implementierung korrekt?

- Mit Sicherheit nicht $\leadsto$ sie liefert einen vollkommen falschen Wert
- $\rightarrow$ Wir müssen beschreiben, was wir von `average()` erwarten!



Beschreibung der Programmsemantik

Gemäß der funktionalen Spezifikation der Funktion



Berechnet Durchschnittswert aller Elemente des Felds `array`



Annahmen des Entwicklers und **Forderungen** an den **Aufrufer** (engl. *caller*)

- Feld `array` hat **genau** `size` **korrekt initialisierte** Elemente
- Summe aller Elemente passt in `temp` $\mapsto \text{sum}(\text{array}, \text{size}) \leq \text{ULONG_MAX}$

■ **Vorbedingungen** der Funktion `average()`

- Aufrufer von `average` muss diese **sicherstellen**
- $\rightarrow$ Die Implementierung der Funktion kann sie ausnutzen

```
1 unsigned int average(unsigned int *array,
2                     unsigned int size) {
3     unsigned long long temp = 0;
4     for(unsigned int i = 0; i < size; i++) {
5         temp += array[i];
6     }
7     return temp/size;
8 }
```

■ **Nachbedingung** der Funktion `average()`

- Sie wird durch die Implementierung der Funktion garantiert
- $\rightarrow$ Aufrufer von `average()` kann diese Nachbedingung **ausnutzen**



Beschreibung der Programmsemantik (Forts.)

Anreicherung des Beispiels durch allgemeingültigen Aussagen

```
1 unsigned int average(unsigned int *array,
2                     unsigned int size) {
3     unsigned long long temp = 0;
4     for(unsigned int i = 0; i < size; i++) {
5         temp += array[i];
6     }
7     return temp/size;
8 }
```

temp ist nie größer als die Summe der Elemente in `array`

- $\sum \text{array}[0..i] \geq \text{temp}, \forall i < \text{size}$

Invarianten der Funktion `average()`

- Bedingungen die ihre Gültigkeit während der (gesamten) Ausführung behalten
- $\rightarrow$ Von großem Nutzen für die Beweisführung!



Invarianten – Ein illustratives Beispiel



Das MU-Puzzle¹ [8]:

- **Annahme:** Es gibt drei Symbole: M, I, U, **Startpunkt:** MI
- In jedem Schritt ist eine der folgenden **Regeln** anzuwenden:

- | | | | | |
|---|-------|-------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| 1 | xI | $\rightarrow$ xIU | : Füge U an, falls String auf I endet | (MI $\rightarrow$ MIU) |
| 2 | Mx | $\rightarrow$ Mxx | : Verdopple die Zeichenkette nach M | (MIU $\rightarrow$ MIUIU) |
| 3 | xIIIy | $\rightarrow$ xUy | : Ersetze III durch U | (MUIIU $\rightarrow$ MUUU) |
| 4 | xUUy | $\rightarrow$ xy | : Lösche beliebige UU | (MUUU $\rightarrow$ MU) |

■ **Frage:** Ist die Zeichenkette MI überführbar in MU?



Der formale (logische) Beweis ist ein kniffliges Problem

- Vor- und Nachbedingungen sind nicht ausreichend
 - Abstrakte Interpretation versagt hier ebenfalls (vgl. ab-Problem VIII/32)
- $\rightarrow$ Manuelle Ableitung oft der einzige (mühsame) Ausweg!



Invariante: Die Zahl der Is ist kein Vielfaches von 3 $\leadsto$ **NEIN!**

¹Video der Vorlesung: <http://ocw.mit.edu/high-school/humanities-and-social-sciences/godel-escher-bach/video-lectures/lecture-1-video/>



Formales System zur Beschreibung einer Funktion

- ☞ **Zusicherungen** (engl. *assertions*)
 - Regeln das Verhältnis zwischen **Aufrufer** und **Gerufenem** (engl. *callee*)
- P** **Vorbedingungen** (engl. *preconditions*)
 - Werden vom **Aufrufer erfüllt**, in der **Funktion genutzt**
- Q** **Nachbedingungen** (engl. *postconditions*)
 - Werden vom **Gerufenem erfüllt**, vom **Aufrufer genutzt**
 - ⚠ Unter der Bedingung, dass die Vorbedingungen gelten
- I** **Invarianten** (engl. *invariants*)
 - Gelten sowohl **vor** als auch **nach** dem Funktionsaufruf
 - ⚠ Eine zwischenzeitliche Verletzung innerhalb der Prozedur wird toleriert
- S** **Anweisungen** (engl. *statements*) $\mapsto$ Programmsegment
 - Beschreiben die **Implementierung** der Funktion
 - ⚠ Formal beschrieben oder durch statische Analyse ermittelt
- ☞ **Ableitbarkeit** zeigt die formale Korrektheit der Funktion
 - $P \wedge I \wedge S \Rightarrow Q \wedge I$

Überprüfung der Zusicherungen?

- Das Programmsegment **S** implementiert eine Transformation zwischen der Vorbedingung **P** und der Nachbedingung **Q**
 - Entsprechende Transformationen existieren für alle Programmkonstrukte
 - Zuweisungen, Sequenzen, Verzweigungen, Schleifen, Funktionsaufrufe, ...
- **Aufgabe:** Zusammenbringen von **P**, **S** und **Q**
- ☞ **Prädikattransformation** (engl. *predicate transformer semantics*)
 - Stellt Strategien bereit, um Hoare-Triple $\{P\} S \{Q\}$ zu beweisen
 - Eine **Vorwärtsanalyse** liefert die **stärkste Nachbedingung** (engl. *strongest postcondition*) $sp(S, P)$
 - $\{P\} S \{Q\}$ gilt, genau dann wenn $sp(S, P) \Rightarrow Q$ wahr ist
 - Eine Rückwärtsanalyse liefert die **schwächste Vorbedingung** (engl. *weakest precondition*) $wp(S, Q)$
 - $\{P\} S \{Q\}$ gilt, genau dann wenn $P \Rightarrow wp(S, Q)$ wahr ist
- ☞ **Basiert auf dem Hoare-** (siehe 12 ff) / **WP-Kalkül** (siehe 24 ff)
 - Beschreibt die (formale) **Funktionssemantik** eines Programms

Gliederung

- 1 Grundlagen
- 2 Formale Spezifikation
 - Hoare-Kalkül
 - WP-Kalkül
- 3 Praktische Überlegungen
 - Zusicherungen
 - Funktionale Verifikation in Astreé
 - Formale Verifikation von Betriebssystemen: seL4
- 4 Zusammenfassung

Sir Charles Anthony Richard (C.A.R.) Hoare

Ein Informatik-Pionier: Leben und Wirken



- 1934 geboren in Colombo, Sri Lanka
- ab 1956 Studium in Oxford und Moskau
- ab 1960 Elliot Brothers
- 1968 Habilitation an der Queen's University of Belfast
- ab 1977 Professor für Informatik (Oxford)

Auszeichnungen (Auszug)

- 1980 Turing Award
- 2000 Kyoto-Preis
- 2007 Friedrich L. Bauer Preis
- 2010 John-von-Neumann-Medaille

bekannte Werke (Auszug)

- Quicksort-Algorithmus [5]
- Hoare-Kalkül [6]
- Communicating Sequential Processes [7]

Das Hoare-Kalkül

- Ein **formales System**, um Aussagen zur Korrektheit von Programmen zu treffen, die in imperativen Programmiersprachen verfasst sind.
- Das Hoare-Kalkül umfasst **Axiome** ...
 - Leere Anweisungen
 - Zuweisungen
- ... und **Ableitungsregeln** (bzw. **Inferenzregeln**)
 - Sequenzen (bzw. Komposition) von Anweisungen
 - Auswahlen von Anweisungen
 - Iterationen von Anweisungen und
 - Konsequenz

⚠ Ist **nicht vollständig** und bezieht sich nur auf die **partielle Korrektheit**



Definition von Zusicherungen

- Zusicherungen werden als Formeln der **Prädikatenlogik** beschrieben

☞ Üblicherweise definiert als sogenannte **Hoare-Triple**:

$$\{P\} S \{Q\}$$

- P ist die Vorbedingung, Q die Nachbedingung, S ein Programmsegment
- P und Q werden als Formeln der Prädikatenlogik beschrieben

- Bedeutung: Falls P vor der Ausführung von S gilt, gilt Q danach
 - Dies setzt voraus, **dass S terminiert**
- Sonst ist keine Aussage über den folgenden Programmmzustand möglich



Partielle Korrektheit: Die Terminierung muss gesondert bewiesen werden

- Man verwendet $\{P\} S \{\text{falsch}\}$ um auszudrücken, dass S nicht terminiert
- Nachweis möglich in Echtzeitsystemen (WCET-Analyse)



Beispiel: Maximum-Funktion

```
P : wahr
S : int maximum(int a, int b) {
    int result = INT_MIN;

    if(a > b)
        result = a;
    else
        result = b;

    return result;
}
Q : result ≥ a ∧ result ≥ b
```

- Das **Programmsegment** S ist die Implementierung der Funktion
- **Vorbedingung** P : **wahr**
 - Die Implementierung stellt keine Anforderungen an die Parameter
- **Nachbedingung** Q : $\text{result} \geq a \wedge \text{result} \geq b$
 - „Offensichtliche“ Eigenschaft des zu berechnenden Ergebnisses
 - Wie man dieses Ergebnis bestimmt, ist hier nicht von Belang



Axiome

- **Leere Anweisung skip**

$$\frac{}{\{P\} \text{skip} \{P\}}$$

- Die leere Anweisung verändert den Programmmzustand nicht
 - Falls P vor **skip** gilt, gilt es auch danach

- **Zuweisung** $x = y$

$$\frac{}{\{P[y/x]\} x = y \{P\}}$$

- $P[y/x] \leadsto$ jedes Auftreten von x in P wird durch y ersetzt
 - was nach der Zuweisung für x gilt, galt vor der Zuweisung für y
- Beispiel: $\{y > 100\} x = y; \{x > 100\}$

```
P : y > 100
S : x = y;
Q : x > 100
```



Sequenzregel

- Für lineare Kompositionen $S_1; S_2$ zweier Segmente S_1 und S_2

$$\frac{\{P\}S_1\{Q\} \quad \{Q\}S_2\{R\}}{\{P\}S_1; S_2\{R\}}$$

- Falls S_1 die Vorbedingung für S_2 erzeugt, können sie verkettet werden
- Im Anschluss an S_2 hat dessen Nachbedingung R Bestand

- Beispiel:

$$\frac{\{y + 1 = 43\}x = y + 1; \{x = 43\} \quad \{x = 43\}z = x; \{z = 43\}}{\{y + 1 = 43\}x = y + 1; z = x; \{z = 43\}}$$

$P: y + 1 = 43$
 $S_1: x = y + 1;$
 $Q: x = 43$

$Q: x = 43$
 $S_2: z = x;$
 $R: z = 43$

$\vdash$

$P: y + 1 = 43$
 $S_1: x = y + 1;$
 $S_2: z = x;$
 $Q: z = 43$



Auswahlregel

Wie behandelt man Verzweigungen in if-else-Anweisungen?

- Zwei alternative Programmsegmente S_1 und S_2

- Diese werden durch eine Bedingung B unterschieden
- Eingangs gilt in beiden Zweigen die Vorbedingung P
 - P und B sind die Basis für die Vorbedingungen für S_1 und S_2
 - $P_1 = P \wedge B$ und $P_2 = P \wedge \neg B$
- Die Nachbedingung setzt sich aus denen für S_1 und S_2 zusammen

$P: \text{wahr}$
 $S: \text{if}(a > b)$
 $\text{result} = a;$
 else
 $\text{result} = b;$
 $Q: ???$

$\Rightarrow$

$P: \text{wahr}$
 $S_0: \text{if}(a > b)$
 $P_1: a > b$
 $S_1: \text{result} = a;$
 else
 $Q_1: \text{result} \geq a \wedge \text{result} > b$
 $P_2: \neg(a > b) = b \geq a$
 $S_2: \text{result} = b;$
 $Q_2: \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$
 $Q: \text{result} \geq a \wedge \text{result} \geq b$



Auswahlregel (Forts.)

- Die Nachbedingungen Q_1 und Q_2 für S_1 und S_2 lassen sich mit den hier vorgestellten Regeln in Abhängigkeit von P_1 und P_2 ableiten
 - Ermöglicht eine Vorgehensweise nach dem Schema **Divide & Conquer**
 - Zerlege komplexer Programmsegmente betrachte sie einzeln

- Auswahlregel:

$$\frac{\{P \wedge B\}S_1\{Q\} \quad \{P \wedge \neg B\}S_2\{Q\}}{\{P\} \text{if } B \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \{Q\}}$$



Iterationsregel

- Wir möchten das Maximum über ein Feld aus Ganzzahlen bilden!
 - Ohne **Iteration** ist dies bei einer unbekannten Feldgröße nicht möglich
 - Rekursion wäre natürlich eine Lösung, die ohne Iteration auskommt
 - Sie ist jedoch mit denselben Problemen behaftet...

```
1 int maximum_array(int *array, int size) {
2     int result = INT_MIN;
3
4     for(int i = 0; i < size; i++)
5         result = maximum(array[i], result);
6
7     return result;
8 }
```

- Iterationsregel:

$$\frac{\{I \wedge B\}S\{I\}}{\{I\} \text{while } B \text{ do } S \text{ done } \{I \wedge \neg B\}}$$

- B ist die **Laufbedingung** der Schleife, I ihre **Schleifeninvariante**
 - I gilt **vor**, **während** und **nach** der Ausführung der Schleife
 - Ein geeignetes I ist **manuell zu wählen**



Iterationsregel – Verknüpfung

S_0 : `int result = INT_MIN;`

P_1 : I

S_1 : `for(int i = 0; i < size; i++)`

P_2 : I

S_2 : `result = maximum(array[i], result);`

Q_2 : I

Q_3 : I

■ Wo gilt die Schleifeninvariante I ?

- Vor der Ausführung der Schleife
- Vor und nach Ausführung des Schleifenrumpfes
- Nach Beendigung der Schleife



Iterationsregel – Verknüpfung

S_0 : `int result = INT_MIN;`

P_1 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j]$

S_1 : `for(int i = 0; i < size; i++)`

P_2 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j]$

S_2 : `result = maximum(array[i], result);`

Q_2 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j]$

Q_3 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j]$

■ Wie lautet die Schleifeninvariante I ?

- Eine explizit sichtbare **Laufvariable** hilft bei ihrer Formulierung
- `result` enthält immer den größten, bereits betrachteten Wert
- Schleifenbedingung $I = \forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j]$



Iterationsregel – Verknüpfung

S_0 : `int result = INT_MIN;`

P_1 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j] \wedge i = 0$

S_1 : `for(int i = 0; i < size; i++)`

P_2 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j] \wedge i < \text{size}$

S_2 : `result = maximum(array[i], result);`

Q_2 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j]$

Q_3 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j] \wedge i \geq \text{size}$

■ Wie lautet die Laufbedingung B der Schleife und wo gilt sie?

- Sie gilt **vor** der Ausführung des Schleifenrumpfes
- Sie gilt **nicht** mehr nach der Schleife
- Sie lässt sich direkt aus der `for`-Anweisung ablesen $\leadsto B = i < \text{size}$



Iterationsregel – Verknüpfung

P : **wahr**

S_0 : `int result = INT_MIN;`

Q_1 : `result = INT_MIN`



P_1 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j] \wedge i = 0$

S_1 : `for(int i = 0; i < size; i++)`

P_2 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j] \wedge i < \text{size}$

S_2 : `result = maximum(array[i], result);`

Q_2 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j]$

Q_3 : $\forall 0 \leq j < i : \text{result} \geq \text{array}[j] \wedge i \geq \text{size}$



Q : $\forall 0 \leq j < \text{size} : \text{result} \geq \text{array}[j]$

■ Verknüpfung mithilfe der Sequenzregel (Folie 17)

- I folgt aus der Vorbedingung P
- Q folgt aus dem Abbruchkriterium der Schleife $I \wedge \neg B$



Vorgehen beim Anwenden der Iterationsregel

- 1 Finde eine geeignete Schleifeninvariante I
 - Häufig dient der zu berechnene **mathematische Term** als Invariante
 - Die **Laufvariable** ist eine weitere Konstruktionshilfe
 - Hilfreich ist dessen **geschlossene Darstellung**, falls sie existiert
 - z.B. iterative Bestimmung der Fakultät, Fibonacci-Zahlen, ...
- 2 Weise nach, dass I aus der Vorbedingung P folgt: $P \Rightarrow I$
 - Im wesentlichen eine Anwendung der **Konsequenzregel** (s. Folie 23)
- 3 Zeige die Invarianz der Invariante: $\{P \wedge I\}S\{I\}$
 - **Vollständige Induktion**, falls der Wertebereich der Laufvariable geeignet ist
- 4 Beweise, dass die Invariante die Nachbedingung impliziert: $I \wedge \neg B \Rightarrow Q$
 - Im wesentlichen eine Anwendung der **Konsequenzregel** (s. Folie 23)



- Manchmal ist eine Anpassung der Vor-/Nachbedingung erforderlich
 - z. B. aus technischen Gründen, falls die Vorbedingung $P = \mathbf{wahr}$ ist
 - Ansonsten lässt sich keine sinnvolle Beweiskette aufbauen
- Formalisiert wird dies durch die **Konsequenzregel**

$$\frac{P' \Rightarrow P \quad \{P\}S\{Q\} \quad Q \Rightarrow Q'}{\{P'\}S\{Q'\}}$$

- P' ist eine **Verstärkung** der Vorbedingung P
 - Verstärkungen sind z. B. das Hinzufügen konjunktiv verknüpfter Terme, ...
- Q' ist eine **Abschwächung** der Nachbedingung Q
 - Abschwächungen sind invertierte Verstärkungen
- Die allgemeine Iterationsregel ist eine Anwendung hiervon

$$\frac{P \Rightarrow I \quad \{I\} \mathbf{while} B \mathbf{do} S \mathbf{done} \{I \wedge \neg B\} \quad I \wedge \neg B \Rightarrow Q}{\{P\} \mathbf{while} B \mathbf{do} S \mathbf{done} \{Q\}}$$



Edger W. Dijkstra

Ein Informatik-Pionier: Leben und Wirken



(©Hamilton Richards 2002)

- 1930 geboren in Rotterdam
- ab 1948 Studium an der Universität Leiden
- ab 1962 Mathematikprofessor in Eindhoven
- ab 1973 *Research Fellow* der Burroughs Corporation
- ab 1984 Informatikprofessor in Austin, Texas
- 1999 Emeritierung
- 2002 verstorben in Nuenen

Auszeichnungen (Auszug)

- 1972 Turing Award
- 1982 Computer Pioneer Award
- 2002 Dijkstra-Preis

bekannte Werke (Auszug)

- Dijkstra-Algorithmus [1]
- Semaphore [4]
- „GOTO considered harmful“ [2]



WP-Kalkül [3]

- Bestimmt die **schwächste notwendige Vorbedingung** $wp(S, Q)$
 - Für ein gegebenes **imperatives Programmsegment** S
 - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung Q sicherzustellen
 - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch: $P \Rightarrow wp(S, Q)$
 - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung $wp(S, Q)$ aus der gegebenen Vorbedingung P folgern?
- Das WP-Kalkül ist eine **Rückwärtsanalyse**
 - Sie beginnt mit der Nachbedingung und durchläuft das Programmsegment in umgekehrter Reihenfolge
 - „Sozusagen“ umgekehrter Einsatz der Regeln des Hoare-Kalküls
- Jeder Anweisung wird eine **Prädikattransformation** zugewiesen
 - Abbildung: Nachbedingung $\mapsto$ notwendige schwächste Vorbedingung
 - Eine rückwärtige **symbolisch Ausführung** des Programmsegments



Axiome und Sequenzregel

Die restlichen Regeln gleichen ebenfalls denen des Hoare-Kalküls

Axiome für die Anweisungen **skip** und **abort**

$$wp(\text{skip}, Q) = \text{wahr} \quad wp(\text{abort}, Q) = \text{falsch}$$

- **skip** ist die leere Anweisung, **abort** schlägt immer fehl

Zuweisungsaxiom

$$wp(x = y, Q) = Q[x/y]$$

- In der Nachbedingung ersetzt man alle freien Vorkommen von x durch y
 - Dualität von WP-Kalkül und Hoare-Kalkül ist offensichtlich
 - Im Hoare-Kalkül (s. Folie 16) wird y in der Vorbedingung durch x ersetzt

Sequenzregel

$$wp(S_1; S_2, Q) = wp(S_1, wp(S_2, Q))$$

- Die schwächste Vorbedingung $wp(S_2, Q)$ dient als Nachbedingung für S_1
 - Auch hier ist die Verwandtschaft zum Hoare-Kalkül unverkennbar
 - Dort war $sp(S_1, P)$ die Vorbedingung für S_2 (s. Folie 17)



Grenzen

Betrachte erneut das Beispiel von Folie 15

- Diesmal in leicht abgewandelter Form

```
P : wahr
S: int maximum(int a, int b) {
    int result = INT_MIN;

    if(a > b)
        result = a;
    else
        result = b;

    return INT_MAX;
}
Q : result ≥ a ∧ result ≥ b
```

Die Nachbedingung wird ohne Zweifel erfüllt ...

- ... im Sinne des Erfinders ist dies jedoch bestimmt nicht



Die Nachbedingung ist **nicht stark genug**, sie ist **unvollständig**

→ **Frage**: Wann ist eine Nachbedingung vollständig?

→ **Frage**: Wie vollständig kann bzw. darf eine Nachbedingung sein?

- Eine Frage, die sich nicht eindeutig und allgemein klären lässt



Grenzen (Forts.)

Manches lässt sich mit Prädikatenlogik nicht gut beschreiben

- Zeitliche Abfolgen: vor Funktion `foo()` muss `bar()` aufgerufen werden
 - Explizite Modellierung über Signalvariablen wird notwendig
- Nebenläufigkeit und Synchronisation, Zeitschranken, ...

Prädikatenlogische Ausdrücke werden sehr schnell sehr komplex

- Es kommen implizit Bedingungen durch die C-Semantik hinzu
 - Wertebereiche, Funktionsaufrufe, Parametersemantik, Zeigerarithmetik, ...

→ ... etwaige Fehlermeldungen sind sehr schwer zu lesen

Hier und heute wurden **nur partielle Korrektheitsbeweise** betrachtet!

→ **Terminierungsbeweise** müssen separat erbracht werden!

→ Solche Terminierungsbeweise sind mitunter **sehr schwierig**!



Gliederung

1 Grundlagen

2 Formale Spezifikation

- Hoare-Kalkül
- WP-Kalkül

3 Praktische Überlegungen

- Zusicherungen
- Funktionale Verifikation in Astree
- Formale Verifikation von Betriebssystemen: seL4

4 Zusammenfassung



Implementierung durch Zusicherungen $\rightarrow$ assert()

```
1 unsigned int average(unsigned int *array,
2                     unsigned int size) {
3     unsigned long long temp = 0;
4     assert(size > 0);
5
6     for(unsigned int i = 0; i < size; i++) {
7         assert(temp <= ULONG_MAX - array[i]);
8         temp += array[i];
9     }
10
11     unsigned int result = temp/size;
12     assert(result == average_2(array, size));
13
14     return result;
15 }
```

 **Vorbedingungen** lassen sich durch assert-Anweisungen prüfen

- Auch (Schleifen)invarianten lassen sich so handhaben

 Problematisch sind vor allem **Nachbedingungen**

- Nachbedingungen werden **deklarativ beschrieben**
- In assert-Anweisung wird der Wert typischerweise **explizit konstruiert**
- Begrenzungen sind identisch zu klassischen Tests

$\rightarrow$ Sinnvoll, um das Vorhandensein von Defekten zu demonstrieren!



Funktionale Verifikation in Astreé

- Astreé wurde entwickelt um **Laufzeitfehler** auszuschließen

- Basierend auf abstrakter Interpretation und Programmsemantik
- Nutzt das Hoare-/WP-Kalkül **nicht**: Astreé nicht deklarativ
- Funktionale Verifikation ist **unvollständig**

```
1 __ASTREE_max_clock((65535)); // Schleifenobergrenze
2 while (1) {
3     __ASTREE_modify((input)); // Reset der Analyse von 'input'
4     __ASTREE_known_fact((input, [0,100])); // Vorbedingung 'input'
5
6     controller_step();
7
8     // Nachbedingung 'output'
9     __ASTREE_assert((0 <= output && output <= 2 * input));
10    __ASTREE_wait_for_clock();
11 }
```

- Funktionale Aspekte lassen sich dennoch in die Analyse einbeziehen

- Mittels **Zusicherungen** und **Anwendungswissen** (vgl. Folie 30)
- Der theoretische Hintergrund erleichtert auch hier die Suche!

$\rightarrow$ **Holistischer Verifikationsansatz erfordert weitere Werkzeuge (Coq, Isabelle)**



Beispiel: Schleifen ausrollen

Semantic Loop Unrolling

```
1 int main()
2 {
3     unsigned int flag = 0;
4     float x=0.0, y=0.0;
5
6     for (unsigned int i = 0, i<10, i++) {
7         if (flag) {
8             x += x/y;
9         } else {
10            flag = 1; x = 1.0; y = 2.0;
11        }
12    }
13 }
```

- Pfadpräfixe (s. VIII/31 ff) abstrahieren von den Schleifendurchläufen

- Der Schleifenrumpf wird im Extremfall auf einen Pfad reduziert
- $i = [0, 9]$, $\text{flag} = [0, 1]$, $y = [0, 2.0]$

 Ausrollen liefert zusätzliche Informationen

- Unterscheidung in ersten und zweiten Durchlauf verhindert den Fehlalarm
- **1)** $i = 0$, $\text{flag} = 0$ **2)** $i = [1, 9]$, $\text{flag} = 1$, $y = 2.0$
- Erhöht jedoch die Kosten dramatisch (vgl. Pfadabdeckung VII/16)



Beispiel: Partitionierung

```
1 unsigned int foo(int cond) {
2     if (cond) {
3         x = 10;
4         y = 5;
5     } else {
6         x = 20;
7         y = 16;
8     }
9     return x - y;
10 }
```

- Sammelsemantik (s. VIII/25 ff) fasst Pfade zusammen

- Hier kann der Unterlauf nicht ausgeschlossen werden
- $\rightarrow$ Rückgabewert = $[-6, 15]$



Selektive Partitionierung des Kontrollflusses

- Weist die Analyse an, Pfade getrennt zu verfolgen
- **cond**: Rückgabewert = 5, **!cond**: Rückgabewert = 4
- Wiederrum auf Kosten der Komplexität



The binary code of the seL4 microkernel correctly implements the behaviour described in its abstract specification and nothing more. Furthermore, the specification and the seL4 binary satisfy the classic security properties called integrity and confidentiality.

- Interaktiver Theorembeweiser: Isabelle (ähnlich Coq)
- Annahmen
 - Korrektheit von Boot Code und Assembler (z.B. Kontext-Wechsel)
 - Korrekte Funktionsweise der Hardware (keine Bitkipper)
- Zwei zentrale Beweise
 - 1 Korrektheit von Haskell-Implementierung
 - 2 Überführung von Haskell- in C-Implementierung
- Umfang: 8700 Zeilen Implementierungscode, 200000 Zeilen Beweiscode
- Enormer Aufwand: **20 Personenjahre Entwicklungsarbeit**



- 1 Grundlagen
- 2 Formale Spezifikation
 - Hoare-Kalkül
 - WP-Kalkül
- 3 Praktische Überlegungen
 - Zusicherungen
 - Funktionale Verifikation in Astreé
 - Formale Verifikation von Betriebssystemen: seL4
- 4 Zusammenfassung



Funktionale Programmeigenschaften $\mapsto$ Zusicherungen

- Vorbedingungen, Nachbedingungen und Invarianten
- Beschrieben durch Ausdrücke der Prädikatenlogik
- **Prädikamentransformation** $\leadsto$ symbolische Ausführung
 - Bildet Semantik durch Transformation von Zusicherungen nach
 - **Strongest postcondition, weakest precondition**

Hoare-Kalkül $\leadsto$ deduktive Ableitung von Nachbedingungen

- **Hoare-Tripel**, Axiome für leere Anweisungen und Zuweisungen
- **Ableitungsregeln** für Sequenzen, Verzweigungen und Iterationen
- **WP-Kalkül** $\mapsto$ „Hoare-Kalkül rückwärts“
- Grenzen des Hoare- und WP-Kalküls

Astreé $\leadsto$ Ein Verifikationswerkzeug

- Vorrangig zum Ausschluss von **Laufzeitfehlern** (vollständig)
- Verifikation funktionaler Aspekte möglich (unvollständig)
- $\rightarrow$ Bottom-up Ansatz (im Gegensatz zu Frama-C, Ada Spark, ...)



- [1] Dijkstra, E. W.:
A note on two problems in connexion with graphs.
In: *Numerische Mathematik* 1 (1959), S. 269–271
- [2] Dijkstra, E. W.:
Letters to the editor: go to statement considered harmful.
In: *Communications of the ACM* 11 (1968), März, Nr. 3, S. 147–148.
<http://dx.doi.org/10.1145/362929.362947>. –
DOI 10.1145/362929.362947. –
ISSN 0001–0782
- [3] Dijkstra, E. W.:
Guarded commands, nondeterminacy and formal derivation of programs.
In: *Communications of the ACM* 18 (1975), Aug., Nr. 8, S. 453–457.
<http://dx.doi.org/10.1145/360933.360975>. –
DOI 10.1145/360933.360975. –
ISSN 0001–0782



- [4] Dijkstra, E. W.:
Cooperating Sequential Processes / Technische Universiteit Eindhoven.
Version: 1965.
<https://www.cs.utexas.edu/users/EWD/ewd01xx/EWD123.PDF>.
Eindhoven, The Netherlands, 1965. –
Forschungsbericht. –
(Reprinted in *Great Papers in Computer Science*, P. Laplante, ed., IEEE Press, New York, NY, 1996)
- [5] Hoare, C. A. R.:
Algorithm 64: Quicksort.
In: *Communications of the ACM* 4 (1961), Jul., Nr. 7, S. 321–.
<http://dx.doi.org/10.1145/366622.366644>. –
DOI 10.1145/366622.366644. –
ISSN 0001–0782
- [6] Hoare, C. A. R.:
An axiomatic basis for computer programming.
In: *Communications of the ACM* 12 (1969), Okt., Nr. 10, S. 576–580.
<http://dx.doi.org/10.1145/363235.363259>. –
DOI 10.1145/363235.363259. –
ISSN 0001–0782



- [7] Hoare, C. :
Communicating Sequential Processes.
In: *Communications of the ACM* 21 (1978), Aug., Nr. 8, S. 666–677.
<http://dx.doi.org/10.1145/359576.359585>. –
DOI 10.1145/359576.359585
- [8] Hofstadter, D. R.:
Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid.
Basic Books, 1999. –
824 S. –
ISBN 978–0465026562
- [9] Klein, G. ; Elphinstone, K. ; Heiser, G. ; Andronick, J. ; Cock, D. ; Derrin, P. ; Elkaduwe, D. ; Engelhardt, K. ; Kolanski, R. ; Norrish, M. u. a.:
seL4: Formal verification of an OS kernel.
In: *Proceedings of the ACM SIGOPS 22nd Symposium on Operating Systems Principles ACM*, 2009, S. 207–220

