

# Verlässliche Echtzeitsysteme

## Übungen zur Vorlesung

### Formale Verifikation mit Frama-C

Phillip Raffeck, Florian Schmaus, Simon Schuster

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg  
Lehrstuhl Informatik 4 (Verteilte Systeme und Betriebssysteme)  
<https://www4.cs.fau.de>

Sommersemester 2020



# Programme zur Softwareverifikation

Astrée

Frama-C

VeriFast

Dafny

SeaHorn

Coq

Isabelle/HOL

Agda

Idris

...



# Programme zur Softwareverifikation

- Astrée
- **Frama-C**
- VeriFast
- Dafny
- SeaHorn
- Coq
- Isabelle/HOL
- Agda
- Idris



...



- Bestimmt die schwächste notwendige Vorbedingung  $wp(S, Q)$ 
  - Für ein gegebenes imperatives Programmsegment  $S$
  - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung  $Q$  sicherzustellen
  - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch:  $P \Rightarrow wp(S, Q)$ 
    - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung  $wp(S, Q)$  aus der gegebenen Vorbedingung  $P$  folgern?



- Bestimmt die **schwächste notwendige Vorbedingung**  $wp(S, Q)$ 
  - Für ein gegebenes **imperatives Programmsegment**  $S$
  - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung  $Q$  sicherzustellen
  - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch:  $P \Rightarrow wp(S, Q)$ 
    - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung  $wp(S, Q)$  aus der gegebenen Vorbedingung  $P$  folgern?
- Das WP-Kalkül ist eine **Rückwärtsanalyse**
  - Sie beginnt mit der Nachbedingung und durchläuft das Programmsegment in umgekehrter Reihenfolge
  - „Sozusagen“ umgekehrter Einsatz der Regeln des Hoare-Kalküls



- Bestimmt die **schwächste notwendige Vorbedingung**  $wp(S, Q)$ 
  - Für ein gegebenes **imperatives Programmsegment**  $S$
  - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung  $Q$  sicherzustellen
  - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch:  $P \Rightarrow wp(S, Q)$ 
    - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung  $wp(S, Q)$  aus der gegebenen Vorbedingung  $P$  folgern?
- Das WP-Kalkül ist eine **Rückwärtsanalyse**
  - Sie beginnt mit der Nachbedingung und durchläuft das Programmsegment in umgekehrter Reihenfolge
  - „Sozusagen“ umgekehrter Einsatz der Regeln des Hoare-Kalküls
- Jeder Anweisung wird eine **Prädikattransformation** zugewiesen
  - Abbildung: Nachbedingung  $\mapsto$  notwendige schwächste Vorbedingung
  - Eine rückwärtige **symbolische Ausführung** des Programmsegments



- Bestimmt die **schwächste notwendige Vorbedingung**  $wp(S, Q)$ 
  - Für ein gegebenes **imperatives Programmsegment**  $S$
  - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung  $Q$  sicherzustellen
  - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch:  $P \Rightarrow wp(S, Q)$ 
    - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung  $wp(S, Q)$  aus der gegebenen Vorbedingung  $P$  folgern?
- Das WP-Kalkül ist eine **Rückwärtsanalyse**
  - Sie beginnt mit der Nachbedingung und durchläuft das Programmsegment in umgekehrter Reihenfolge
  - „Sozusagen“ umgekehrter Einsatz der Regeln des Hoare-Kalküls
- Jeder Anweisung wird eine **Prädikattransformation** zugewiesen
  - Abbildung: Nachbedingung  $\mapsto$  notwendige schwächste Vorbedingung
  - Eine rückwärtige **symbolische Ausführung** des Programmsegments
- Frama-C setzt WP-Kalkül ein: Nachweis der Schritte erfolgt über verschiedene Theorembeweiser und Löser: Alt-Ergo, Coq, Why3, Z3, ...



# Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

```
if (a > b)
```

```
    result = a;
```

```
else
```

```
    result = b;
```

```
return result ;
```





# Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

result = a;

else

result = b;

return result ;

Q:

$\backslash result \geq b \wedge \backslash result \geq a$

$wp(\text{return } x, Q) \equiv Q[\backslash result / x]$



# Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

result = a;

else

result = b;

result ≥ b ∧ result ≥ a

return result ;

¬result ≥ b ∧ ¬result ≥ a

$wp(\text{return } x, Q) \equiv Q[\backslash \text{result} / x]$

Q:

# Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

$$wp(\text{if } b \text{ then } S1 \text{ else } S2, Q) \equiv (b \Rightarrow wp(S1, Q)) \wedge (\neg b \Rightarrow wp(S2, Q))$$

result = a;

$a > b \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

else

result = b;

$\neg(a > b) \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

$result \geq b \wedge result \geq a$

return result ;

Q:

$\backslash result \geq b \wedge \backslash result \geq a$



# Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

result = a;

$a > b \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$

else

$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq \text{result} \wedge b \geq a$

result = b;

$\neg(a > b) \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$

$\text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$

return result ;

$\backslash \text{result} \geq b \wedge \backslash \text{result} \geq a$

$wp(x = y, Q) \equiv Q[x/y]$

Q:

# Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

$a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a$

result = a;

$a > b \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$

else

$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$

result = b;

$\neg(a > b) \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$

$\text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$

return result ;

$\backslash \text{result} \geq b \wedge \backslash \text{result} \geq a$

$wp(x = y, Q) \equiv Q[x/y]$

Q:

# Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP :

$$(a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a) \wedge (\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a)$$

Auswertungsreihenfolge

if ( a > b )

$$a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a$$

result = a ;

$$a > b \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$$

else

$$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$$

result = b ;

$$\neg(a > b) \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$$

$$result \geq b \wedge result \geq a$$

return result ;

Q :

$$\backslash result \geq b \wedge \backslash result \geq a$$

$$wp(\text{if } b \text{ then } S1 \text{ else } S2, Q) \equiv (b \Rightarrow wp(S1, Q)) \wedge (\neg b \Rightarrow wp(S2, Q))$$



# Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP :

$$(a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a) \wedge (\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a)$$

$\Leftrightarrow$

$$(a > b \Rightarrow a \geq b) \wedge (a \leq b \Rightarrow b \geq a)$$

if (a > b)

$$a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a$$

result = a;

$$a > b \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$$

else

$$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$$

result = b;

$$\neg(a > b) \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$$

$$\text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$$

return result ;

Q :

$$\backslash \text{result} \geq b \wedge \backslash \text{result} \geq a$$

Auswertungsreihenfolge



# Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP :

$(a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a) \wedge (\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a)$

$\Leftrightarrow (a > b \Rightarrow a \geq b) \wedge (a \leq b \Rightarrow b \geq a)$

$\Leftrightarrow \text{T} // \text{Gilt ohne Vorbedingung}$

if ( a > b )

$a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a$

result = a ;

$a > b \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$

else

$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$

result = b ;

$\neg(a > b) \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$

$\text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$

return result ;

Q :

$\backslash \text{result} \geq b \wedge \backslash \text{result} \geq a$

Auswertungsreihenfolge





- erlaubt Nachweise funktionaler Eigenschaften mittels wp-Kalkül
  - Prädiaktenlogik erster Stufe
    - $\forall: \backslash\text{forall}$
    - $\exists: \backslash\text{exists}$
    - $\Rightarrow$ : Implikation,  $\Rightarrow$
    - Die aus C bekannten aussagenlogischen Verknüpfungen:  $!$ ,  $\&\&$ ,  $||$ ,  $\Rightarrow$ ,  $!=$ , ...
- Vor-/Nachbedingungen als Kommentare direkt im C-Code vor der betreffenden Funktion
  - `//@` oder `/*@ */`
- Vorbedingung: `requires`
- Nachbedingung: `ensures`
- Variablen, die durch die Funktion verändert werden: `assigns`
  - inklusive Arraybereiche: `a[start..end]`
  - Spezialfall `\nothing`
- Ergebnis des Funktionsaufrufs: `\result`



# Beispiel: Maximumsfunktion

```
S:int maximum(int a,int b) {  
    int result = INT_MIN;  
  
    if(a > b)  
        result = a;  
    else  
        result = b;  
  
    return INT_MAX;  
}
```



# Beispiel: Maximumsfunktion

*P*: wahr

```
S: int maximum(int a, int b) {  
    int result = INT_MIN;  
  
    if(a > b)  
        result = a;  
    else  
        result = b;  
  
    return INT_MAX;  
}
```



# Beispiel: Maximumsfunktion

$P$ : wahr

```
S: int maximum(int a, int b) {  
    int result = INT_MIN;  
  
    if(a > b)  
        result = a;  
    else  
        result = b;  
  
    return INT_MAX;  
}
```

$Q$ :  $\text{result} \geq a \wedge \text{result} \geq b$



# Beispiel: Maximumsfunktion

$P$ : wahr

```
S: int maximum(int a, int b) {  
    int result = INT_MIN;  
  
    if(a > b)  
        result = a;  
    else  
        result = b;  
  
    return result;  
}
```

$Q$ :  $\text{result} \geq a \wedge \text{result} \geq b \wedge$   
 $(\text{result} == a \vee \text{result} == b)$



# Beispiel: Maximumsfunktion

$P$ : wahr

```
S: int maximum(int a, int b) {  
    int result = INT_MIN;  
  
    if(a > b)  
        result = a;  
    else  
        result = b;  
  
    return result;  
}
```

$Q$ :  $\text{result} \geq a \wedge \text{result} \geq b \wedge$   
 $(\text{result} == a \vee \text{result} == b)$

```
/*@  
    assigns \nothing;  
  
    ensures \result >= a;  
    ensures \result >= b;  
    ensures \result == a || \result == b;  
*/  
int maximum(int a, int b) {  
    int result = INT_MIN;  
    if (a > b) {  
        result = a;  
    } else {  
        result = b;  
    }  
    return result;  
}
```



```
// Swap array[0] with pointer other, do not modify the rest of array
```

```
void swap_first_element(int *array, size_t length, int *other) {  
    int tmp = array[0];  
    array[0] = *other;  
    *other = tmp;  
}
```



```
// Swap array[0] with pointer other, do not modify the rest of array
/*@ requires \valid(array) && \valid(other);
    requires \base_addr(array) != \base_addr(other);

    assigns array[0], *other;

    ensures array[1 .. (length - 1)] == \old(array[1 .. (length - 1)]);
    ensures *other == \old(array[0]);
    ensures array[0] == \old(*other); */
void swap_first_element(int *array, size_t length, int *other) {
    int tmp = array[0];
    array[0] = *other;
    *other = tmp;
}
```

- Übergebene Zeiger sind gültig: `\valid(ptr)`
- Speicherobjekte hinter Zeigern überlappen sich nicht:  
`\base_addr(ptr1) != \base_addr(ptr2)`
- `assigns`: Nur bestimmte (außen sichtbare) Variablen werden verändert
- `ensures`: Zusammenhänge zwischen Werten vor (`\old(var)`) und nach (`var`) der Ausführung anfordern





Gesucht:  $wp(\text{while } (B) \{S\};, Q)$

- Wann ist die Berechnung korrekt?
  - Stellt  $Q$  her  $\leadsto$  Schleifen**invariante**
  - Terminiert  $\leadsto$  Schleifen**variante**
- Schleifenvariante: Streng monoton fallender, *nichtnegativer* Ausdruck  
In Frama-C: `//@ loop variant length - i;`
- Schleifeninvariante: Ausdruck, der vor der Schleife als nach jedem Durchlauf des Schleifenkörpers  $B$  gilt  
In Frama-C: `//@ loop invariant i % 2 == 0;`
- Ferner: Schleife überschreibt nur bestimmte Werte  
In Frama-C: `//@ loop assign i, j, *ptr;`
- Beispiel:  
`int i = 0;`
  - Schleifenvariante:  $30 - i \geq 0$
`while(i < 30) { i++; }`
    - Schleifeninvariante:  $0 \leq i \leq 30$

Die Schleifenvariante gilt vor, während und nach der Schleife

Nach der Schleife ist die Schleifenbedingung falsch

$\leadsto \neg(i < 30) \wedge (0 \leq i \leq 30) \leadsto i == 30$



# Beispiel: Maximum in Liste finden

```
S: int findMax(int *a, size_t length) {  
    int max = a[0];  
    for (size_t i = 0; i < length; i++) {  
        if (a[i] > max) {  
            max = a[i];  
        }  
    }  
    return max;  
}
```



# Beispiel: Maximum in Liste finden

$P: a \neq \text{NULL} \wedge \text{length} > 0$

```
S: int findMax(int *a, size_t length) {  
    int max = a[0];  
    for (size_t i = 0; i < length; i++) {  
        if (a[i] > max) {  
            max = a[i];  
        }  
    }  
    return max;  
}
```

$Q: \forall k. k \geq 0 \wedge k < \text{length}$   
 $\Rightarrow a[k] \leq \text{result}$   
 $\exists k. k \geq 0 \wedge k < \text{length}$   
 $\Rightarrow a[k] == \text{result}$

```
/*@  
  requires \valid(a);  
  requires \valid(a +(0 .. length));  
  requires length > 0;  
  
  assigns \nothing;  
  
  ensures \forall i. 0 <= i < length ==> a[i] <= \result;  
  ensures \exists i. 0 <= i < length ==> a[i] == \result;  
*/  
int findMax(int *a, size_t length) {  
    int max = a[0];  
    size_t index = 0;  
    /*@  
      loop invariant \forall i. 0 <= i < index ==> a[i] <= max;  
      loop invariant a[index] == max;  
      loop invariant 0 <= index < length;  
      loop invariant \exists i. 0 <= i < index ==> a[i] == max;  
      loop assigns max, index, i;  
      loop variant length - index;  
    */  
    for (size_t i = 1; i < length; i++) {  
        if (a[i] > max) {  
            max = a[i];  
            index = i;  
        }  
    }  
    return max;  
}
```



- „Wiederverwendbare“ aussagenlogische Formulierung  
→ logische Prädikate: predicate
- „Funktionen“ auf ACSL-Ebene, erleichtern Formulierung von Bedingungen
- Beispiel: Maximum einer Sequenz

```
/*@ predicate is_max_of_seq(int max, int *seq, int start, int end) =  
    \forall int i; start <= i < end ==> max >= seq[i];  
*/  
/*@ ...  
    ensures is_max_of_seq(\result, a, (int)0, length);  
    ...  
*/  
int findMax(int *a, int length) {  
    ...  
    /*@ loop invariant is_max_of_seq(max, a, (int)0, i);  
        ...  
    */  
    for (int i = 0; i < length; i++) {  
        ...  
    }  
    return max;  
}
```



- Invarianten über der Datenstruktur definieren

- Jede Methode:

- Setzt Gültigkeit der Invarianten voraus
- Erhält Sie nach Ausführung

→ Bei Kapselung: Korrektheit der Datenstruktur sichergestellt

- Beispiel: Konto

```
struct account {  
    int balance;  
    int credit_limit;  
};  
  
/*@ requires \valid(a);  
    ensures valid_account(a); */  
void init(struct account *a) {  
    a->balance = 0; a->credit_limit = 0;  
}
```

- Invariante: Kreditrahmen wird nie verletzt:

```
/*@ predicate valid_account(struct account *a) =  
    \valid(a) // Gültiger Zeiger  
    && a->balance >= a->credit_limit; // Kreditrahmen nicht verletzt  
*/
```

- Alle Methoden erfordern und erhalten die Invariante:

```
/*@ requires valid_account(a);  
    requires amount > 0;  
    ensures valid_account(a); */  
bool withdraw(struct account *a, int amount) {  
    /* ... */  
    return true;  
}  
  
/*@ requires valid_account(a);  
    requires amount > 0;  
    ensures valid_account(a); */  
void deposit(struct account *a, int amount) {  
    /* ... */  
}
```

→ Solange das Konto nur per `withdraw` und `deposit` modifiziert wird, kann der Kreditrahmen nie verletzt werden

- Oft gelten Nachbedingungen nur für bestimmte Eingabewerte

```
/*@ requires i != INT_MIN;  
    ensures i < 0 ==> \result == -i;  
    ensures i >= 0 ==> \result == i; */  
int abs(int i) {  
    if (i >= 0) return i;  
    else      return -i;  
}
```

- Behaviors beschreiben Verhalten in bestimmten Kontexten:

- assumes: Voraussetzungen, die das Verhalten aktiviert
- ensures: Nachbedingung, die die Funktion dann einhält

*Eingabe ist negativ*

behavior negative:

```
assumes i < 0;  
ensures \result == -i;
```

*Eingabe ist positiv*

behavior positive:

```
assumes i >= 0;  
ensures \result == i;
```

- complete behaviors: Die Beschreibung ist vollständig  
Behaviors beschreiben das Verhalten für alle Aufrufkontexte
- disjoint behaviors: Die beschriebenen Verhalten überlappen sich nicht



```
#include <limits.h>

/*@ requires i != INT_MIN;
    behavior negative:
        assumes i < 0;
        ensures \result == -i;
    behavior positive:
        assumes i >= 0;
        ensures \result == i;
    complete behaviors;
    disjoint behaviors; */
int abs(int i) {
    if (i >= 0) return i;
    else      return -i;
}
```



- Die Frama-C-Gui bietet keinen Editor an!
- Reihenfolge der Annotationen z.T. relevant. Empfehlung:

## *Funktionen*

- requires
- assigns
- ensures

## *Schleifen*

- loop invariants
- loop assigns
- loop variants

- `assert()` wird als nicht terminierend angenommen

→ Frama-C assert verwenden: `//@ assert x == 1;`

- Mehrere Annotationen immer in einen gemeinsamen Block `/*@ */`
- Weitere Informationen:

- Fraunhofer Fokus: ACSL-By-Example:  
<https://github.com/fraunhoferfokus/acsl-by-example>
- A. Blanchard: Introduction to C program proof with Frama-C and its WP plugin:  
<https://allan-blanchard.fr/publis/frama-c-wp-tutorial-en.pdf>







Edsger W. Dijkstra.

Guarded commands, nondeterminacy and formal derivation of programs.

*Communications of the ACM*, 18(8):453–457, August 1975.

