

## Echtzeitsysteme

### Planbarkeit

18. Januar 2010


### Planbarkeit

Problemdefinition und Begriffe  
Komplexität  
Optimalität  
Planbarkeitsanalyse  
CPU-Auslastung  
Zeitbedarfsanalyse  
Antwortzeitanalyse  
Simulation  
Zusammenfassung  
Bibliographie

## Einhaltung von Terminen

Taktgesteuerte Systeme  $\leadsto$  konstruktiv


- ▶ alle Lastparameter sind à priori bekannt
- ▶ die Konstruktion einer Ablauftabelle trägt ihnen Rechnung
- ▶ Abhängigkeiten können berücksichtigt werden

 alle Termine werden eingehalten

- ▶ wenn eine **zulässige Ablauftabelle** erzeugt werden kann

Vorranggesteuerte Systeme  $\leadsto$  analytisch

- ▶ Lastparameter sind nicht vollständig bekannt
- ▶ Ablauf wird erst zur Laufzeit berechnet
- ▶ Abhängigkeiten müssen explizit gesichert werden

 Einhaltung von Terminen muss **explizit überprüft** werden

## Aufgabenstellung

Gegen sei eine Menge periodischer Aufgaben  $T_i$  mit

$p_i$  der Periode (engl. *period*)  
 $D_i$  dem relativen Termin (engl. *deadline*)  
 $\phi_i$  der Phase (engl. *phase*)  
 $e_i$  der maximalen Ausführungszeit (WCET)

der jeweiligen Aufgabe.

### Fragestellung:

Ist diese Menge von Aufgaben **zulässig** (engl. *feasible* oder *schedulable*)?

## Zulässigkeit

(engl. *feasibility* oder *schedulability*)

Ein Ablaufplan ist **gültig** (engl. *valid*), falls

- ▶ jeder CPU gleichzeitig max. ein Arbeitsauftrag zugeteilt wird.
- ▶ jeder Arbeitsauftrag gleichzeitig an max. eine CPU zugeteilt wird.
- ▶ kein Arbeitsauftrag vor seinem Auslösezeitpunkt eingeplant wird.
- ▶ einem Arbeitsauftrag entweder seine tatsächliche oder seine maximale Ausführungszeit zugeteilt wird.
- ▶ alle Abhängigkeiten eingehalten werden.

Ein Ablaufplan ist **zulässig** (engl. *feasible*), falls

- ▶ der Ablaufplan gültig ist und
- ▶ alle Arbeitsaufträge termingerecht eingeplant werden.

## Einschränkungen

- A1 Alle Aufgaben sind periodisch.
- A2 Alle Arbeitsaufträge können an ihren Auslösezeitpunkten eingeplant und ausgeführt werden.
- A3 Termine und Perioden sind identisch.
- A4 Kein Arbeitsauftrag gibt die Kontrolle über den Prozessor ab.
- A5 Alle Aufgaben sind unabhängig von einander, d.h. die einzige gemeinsame Ressource ist die CPU und es existieren keine Einschränkungen hinsichtlich der Auslösezeiten der Arbeitsaufträge.
- A6 Der Overhead durch Unterbrechungen, Ablaufplanung oder Verdrängung ist vernachlässigbar.
- A7 Alle Aufgaben verhalten sich voll-präemptiv.

## Zulässigkeit (Forts.)

Eine Menge von Aufgaben ist **zulässig** (engl. *feasible* oder *schedulable*)

- ▶ hinsichtlich eines Ablaufplanungsalgorithmus,
- ▶ falls dieser Algorithmus immer einen zulässigen Ablaufplan erzeugt.

Die Entscheidung, ob eine Aufgabenmenge planbar ist, hängt somit

- ▶ vom verwendeten Ablaufplanungsalgorithmus
- ▶ sowie von den Eigenschaften der Aufgaben ab.

- 👉 häufig schränken Algorithmen die Eigenschaften von Aufgaben ein
  - ▶ dies vereinfacht die Frage der Zulässigkeit oft beträchtlich
  - ▶ **aufwändige Analysen** können diese lockern/aufheben

## Implikationen

Einschränkungen, die Einfluss auf Anwendungen ausüben

**Betriebsmittel** *gemeinsame Betriebsmittel sind **nicht möglich!***

- ▶ ET Systeme: gemeinsame Betriebsmittel implizieren Synchronisation
- ▶ Aufgaben sind nicht mehr unabhängig

**Rangordnung** *komplexe Aufgaben können **nicht geteilt werden!***

- ▶ Aufgaben erzeugen Eingaben für andere Aufgaben
- ▶ eine komplexe Aufgabe wird in mehrere einfachere Aufgaben geteilt
- ▶ Aufgaben sind nicht mehr unabhängig

**Kommunikation** *Aufgaben können **nicht synchron kommunizieren!***

- ▶ synchroner Nachrichtenversand/-empfang
- ▶ Aufgaben sind nicht mehr unabhängig

## Rechenleistung: Schlüssel zum Erfolg?

Die Lösung unseres Problems erscheint einfach...

### Coffman [1]

Für jede Menge von  $n$  asynchronen, periodischen Aufgaben, die den Kriterien A1 - A7 entsprechen, findet der EDF Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, *genau dann, wenn* für die CPU-Auslastung gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{p_i} \leq 1$$

- ▶ Eine Menge von Aufgaben heißt  
    synchron falls  $\forall i : \phi_i = 0$ ,  
    asynchron sonst.

## Möglichkeit, Ablaufplanungsalgorithmen zu klassifizieren

### Optimalität (engl. *optimality*)

Ein Ablaufplanungsalgorithmus ist optimal (engl. *optimal*) für eine gewisse Klasse von Aufgaben, falls er für eine Menge von Aufgaben dieser Klasse einen zulässigen Ablaufplan findet, sofern ein zulässiger Ablaufplan existiert.

- ▶ solch ein Algorithmus stellt eine *Referenz* dar
  - ▶ schafft es dieser Algorithmus nicht, schafft es keiner!
- ▶ die (generelle) Zulässigkeit einer Menge von Aufgaben
  - ▶ kann auf die Zulässigkeit für diesen Algorithmus reduziert werden
  - ▶ sofern ein entsprechendes Kriterium existiert

## Realität: Einige Einschränkungen treffen nicht zu!

Die Lösung unseres Problems ist in Wirklichkeit sehr schwer...

- ▶ verzichtet man auf A3  $\leadsto$  stark  $\mathcal{NP}$ -hart (Baruah [2])
  - ▶ Termine sind **kürzer** als die Perioden der Aufgaben.
- ▶ verzichtet man auf A4  $\leadsto$  stark  $\mathcal{NP}$ -hart (Richard [3])
  - ▶ Aufgaben **legen sich schlafen** (engl. *self-suspension*).
- ▶ verzichtet man auf A5  $\leadsto$  stark  $\mathcal{NP}$ -hart (Mok [4])
  - ▶ Der **gegenseitige Ausschluss** wird durch Semaphore gesichert.
- ▶ verzichtet man auf A7  $\leadsto$  stark  $\mathcal{NP}$ -hart (Cai [5])
  - ▶ Harmonische, periodische Aufgaben sind **nicht verdrängbar**.

## RM

Der RM-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

- ▶ synchron sind und
- ▶ die Voraussetzungen A1 - A7 erfüllen.

### Beweisidee (Baruah [6])

- ▶ gegeben sein ein System mit den Aufgaben  $\{T_1, T_2, T_3, \dots, T_n\}$
- ▶ mit Prioritäten  $T_1 \succ T_2 \succ \dots \succ T_n$  (nicht RM-konform)
- ▶ erzeuge einen zulässigen Ablaufplan
- ▶ Prioritäten können hinsichtlich RM umgeformt werden<sup>1</sup>
- ▶ ohne die Zulässigkeit des Ablaufplans zu zerstören

<sup>1</sup>Man kann die Prioritäten zweier Aufgaben  $T_1$  und  $T_2$ , die das RM-Schema verletzen (für die also  $T_1 \succ T_2$  gilt, obwohl  $p_1 > p_2$ ), tauschen, ohne dabei die Zulässigkeit des Systems zu zerstören.

## RM (Forts.)

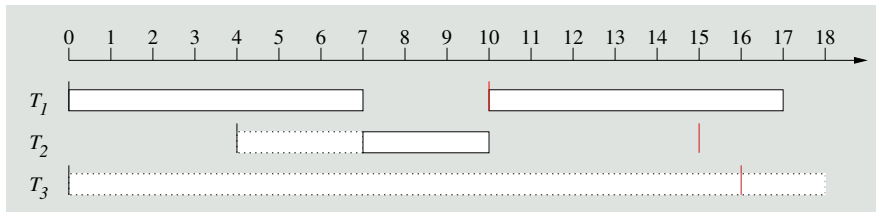
Nichtoptimalität

Der RM-Algorithmus ist nicht optimal für Systeme, deren Aufgaben

- ▶ **asynchron** sind und
- ▶ die Voraussetzungen **A1 - A7** erfüllen.

**Beweis** (Baruah [6])

- ▶ Betrachte  $T_1 = (0, 7, 10)$ ,  $T_2 = (4, 3, 15)$ ,  $T_3 = (0, 1, 16)$
- ▶ RM:  $T_1 \succ T_2 \succ T_3$

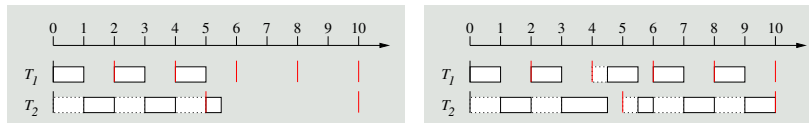


- ▶  $T_3$  verpasst bei  $t_{16}$  seinen Termin
- ▶  $T_1 \succ T_3 \succ T_2$  würde funktionieren

## DM (Forts.)

Nichtoptimalität statischer Prioritäten

- ▶ betrachte  $T_1 = (2, 1)$  und  $T_2 = (5, 2.5)$
- ▶ sei  $T_1 \succ T_2$



$t_5$   $T_2$  verpasst Termin

$t_4$   $T_2 \succ T_1$

$t_{10}$  Hyperperiode

- ▶ vor dem Zeitpunkt  $t_4$  muss gelten  $T_1 \succ T_2$
- ▶ zum Zeitpunkt  $t_4$  muss gelten  $T_2 \succ T_1$

Widerspruch zur statischen Vergabe von Prioritäten

## DM

Der DM-Algorithmus ist optimal für System, deren Aufgaben

- ▶ **synchron** sind,
- ▶ die Voraussetzungen **A1**, **A2**, sowie **A4 - A7** einhalten und
- ▶ für deren Termine  $D_i \leq p_i$  gilt.

**Beweisidee** (Baruah [6])

- ▶ Analog zum RM-Algorithmus

## EDF

Der EDF-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

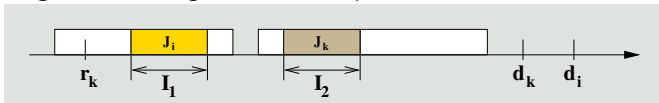
- ▶ beliebige Auslösezeiten
  - ▶ sporadisch/periodisch
  - ▶ synchron/asynchron
- und
- ▶ beliebige Deadlines
  - ▶ länger oder
  - ▶ kürzer als die entsprechende Periode
- besitzen, sowie
- ▶ die Voraussetzungen **A2** und **A4 - A7** erfüllen.

**Beweis** (Liu [7, S. 67])

- ▶ Jeder **gültige** Ablaufplan für solche Systeme
- ▶ lässt sich in einen EDF-Ablaufplan umformen.

## EDF: Ablaufplanherleitung durch Umformung

Gegeben sei folgender Ablaufplan:



- ▶ betrachte alle Paare von Arbeitsaufträgen  $J_i$  und  $J_k$
- ▶ Arbeitsauftrag  $J_i$  wird im Intervall  $I_1$ ,  $J_k$  im Intervall  $I_2$  eingeplant
- ▶ der Termin von  $J_k$  sei vor dem Termin von  $J_i$ :  $d_k < d_i$
- ▶ das Intervall  $I_1$  liegt komplett vor  $I_2$ :  $I_1 < I_2$

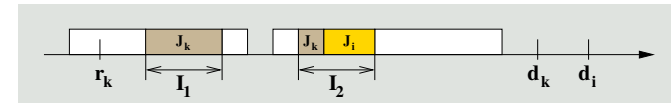
Fall 1:  $r_k > I_1$  ▶  $J_k$  kann nicht in  $I_1$  eingeplant werden  
 ▶ der Ablaufplan hat bereits EDF-Form

## EDF: Ablaufplanherleitung durch Umformung (Forts.)

Fall 2:  $r_k < I_1$  ohne Beschränkung der Allgemeinheit

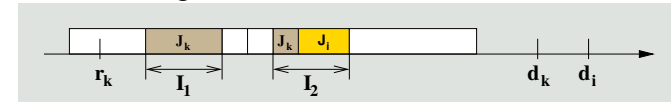
1. tausche  $J_i$  und  $J_k$

Fall 2a:  $d(I_1) < d(I_2)$   $J_k$  passend stückeln (Verdrängung!)



Fall 2b:  $d(I_1) \geq d(I_2)$  trivial

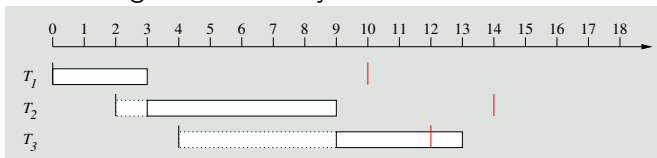
2. verbliebene Ruheintervalle durch Verschiebung von Arbeitsaufträgen auffüllen



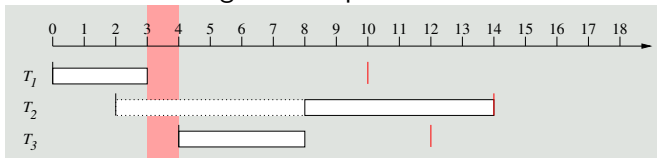
## Nichtoptimalität vorranggesteuerter Ablaufplanung

Beliebige (in diesem Fall nicht-verdrängbare) Aufgaben

- ▶ betrachte  $T_1 = (0, 3, 10)$ ,  $T_2 = (2, 6, 14)$  und  $T_3 = (4, 4, 12)$
- ▶ EDF versagt bei diesem System



- ▶ obwohl ein zulässiger Ablaufplan existiert



- ▶ dieser lässt allerdings den Prozessor kurz untätig

der Plan wird von keinem vorranggesteuerten Algorithmus gefunden!

## Planbarkeitsanalyse

Welche Möglichkeiten gibt es ...

CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)

- ▶ Zu welchem Prozentsatz wird der Prozessor **maximal** beansprucht?
- ▶ bevorzugte Methode für **dynamische Prioritäten**

Zeitbedarfsanalyse (engl. *processor demand*)

- ▶ Wieviel Rechenzeit wird innerhalb eines Zeitintervalls benötigt?
- ▶ neuere Methode für **dynamische Prioritäten**

Antwortzeitanalyse (engl. *response time analysis*)

- ▶ Wie lange benötigt eine Aufgabe **maximal** bis zur Fertigstellung?
- ▶ präzise Methode für **statische Prioritäten**

Simulation (engl. *simulation*)

- ▶ Wird in einem bestimmten Intervall eine Deadline verfehlt?
- ▶ bevorzugte Methode für **statische Prioritäten**

## Rechenzeitbedarf (engl. *processor demand*)

Gegeben sei eine Menge von Aufgaben  $T$  und ein Zeitintervall  $[t_1, t_2]$ , dann ist der **Rechenzeitbedarf** dieser Aufgaben im Intervall  $[t_1, t_2]$ :

$$h_{[t_1, t_2]} = \sum_{t_1 \leq r_k, d_k \leq t_2} e_k$$

Das sind alle Aufgaben, deren

- ▶ Auslösezeitpunkt und
- ▶ absoluter Termin

innerhalb dieses Intervalls liegt.

## CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)

Die **CPU-Auslastung** einer Menge von Arbeitsaufträgen während eines Intervalls  $[t_1, t_2]$ , ist der Anteil des Intervalls, der nötig ist, um diese Arbeitsaufträge auszuführen:

$$u_{[t_1, t_2]} = \frac{h_{[t_1, t_2]}}{t_2 - t_1}$$

Für eine Aussage über die Zulässigkeit einer Menge von Aufgaben  $T$  ist **absolute** CPU-Auslastung (engl. *absolute loading factor*) von Bedeutung.

Dies ist die

- ▶ maximale CPU-Auslastung
- ▶ über alle Intervalle  $[t_1, t_2]$

$$u = \max_{0 \leq t_1 < t_2} u_{[t_1, t_2]}$$

## Zulässigkeitstest

### Liu und Layland [8]

Für jede Menge von  $n$  synchronen, periodischen Aufgaben, die den Kriterien **A1** - **A7** entsprechen, findet der EDF Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, **gdw** für die CPU-Auslastung gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{p_i} \leq 1$$

- ▶ Coffman zeigt dies auch für asynchrone Aufgaben (S. 9-8)
- ▶ schließlich zeigt Spuri [9] die „Optimalität“ des EDF-Algorithmus
  - ▶ Aufgaben wie oben
  - ▶ synchron oder asynchron
  - ▶ Kriterium:  $U \leq 1$

## Beliebige Termine und Perioden

Bedingung **A3** (S. 9-6), soll gelockert werden

$$D_i \geq p_i$$

- ▶ die Kriterien von Layland/Liu und Coffman gelten nach wie vor [10]
- ▶ diese Kriterien sind **notwendig** und **hinreichend**

$$D_i < p_i$$

### Baruah [10]

Für eine hybride Menge von  $n$  Aufgaben  $T$ , findet der EDF-Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, wenn gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\min\{D_i, p_i\}} \leq 1$$

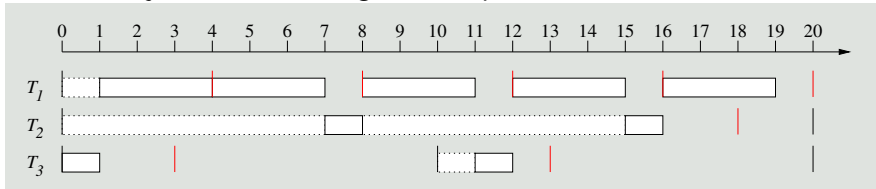
- ▶ **hybride** Menge von Aufgaben: periodische und sporadische Aufgaben
- ▶ dieses Kriterium ist **nur hinreichend**!

## Dieser Test ist pessimistisch ...

Betrachte folgende Aufgaben:  $T_1 = (0, 4, 3, 4)$ ,  $T_2 = (0, 20, 2, 18)$ ,  $T_3 = (0, 10, 1, 3)$

- ▶  $\sum_i \frac{e_i}{\min\{D_i, p_i\}} = \frac{3}{4} + \frac{2}{18} + \frac{1}{3} = \frac{43}{36} > 1$
- ▶ das System ist laut des Tests (S. 9-23) **nicht zulässig!**

Es existiert jedoch ein zulässiger Ablaufplan:



☞ eine geeignete Analyseverfahren für hybride Systeme wird benötigt

## Zulässigkeitstest

Der EDF-Algorithmus, erzeugt für jede hybride Menge von Aufgaben einen zulässigen Ablaufplan, **gdw**:

$$\forall t : h(t) \leq t$$

- ▶ entspricht direkt dem Satz von Spuri (S. 9-22)
- ▶ ist als Kriterium aber so nicht brauchbar
  - ▶ schließlich gibt es unendlich viele Intervalle  $[0, t]$
  - ▶ alle zu überprüfen ist einfach unmöglich

☞ Einschränkung der zu überprüfenden Intervalle

## Maximierung des Rechenzeitbedarfs

- ▶ hybrides System  $\leadsto$  entsprechendes synchrones, periodisches System
  - ▶ alle sporadischen Aufgaben
    - ▶ haben Phase  $\phi_i = 0$
    - ▶ treten mit ihrer maximalen Frequenz auf
- ▶ der Rechenzeitbedarf solcher Systeme ist im Intervall  $[0, t)$  maximal
  - ▶ man kann zeigen:  $\forall t_1, t_2 : h_{[t_1, t_2)} \leq h_{[0, t_2 - t_1)}$
- ▶ der Rechenzeitbedarf im Intervall  $[0, t)$  ist:

$$h(t) = \sum_{D_i \leq t} (1 + \lfloor \frac{t - D_i}{p_i} \rfloor) e_i$$

- ▶ alle Arbeitsaufträge, die vor  $t$  beendet sein müssen
- ▶ multipliziert mit der maximalen Anzahl ihrer Aktivierungen

## Tätigkeitsintervalle

Liu und Layland [8]

Kann der EDF-Algorithmus für eine Menge periodischer Aufgaben keinen zulässigen Ablaufplan finden, so wird ein Termin im ersten Tätigkeitsintervall verpasst.

- ▶ diese Eigenschaft wurde später auch gezeigt für
  - ▶ Mengen synchroner, periodischer Aufgaben mit  $D_i \leq p_i$  und
  - ▶ generische Mengen synchroner, periodischer Aufgaben
- ▶ sei  $L$  nun die Länge des ersten Tätigkeitsintervalls
  - ▶ die maximale Länge des zu prüfenden Intervalls ist nun beschränkt
- ▶  $h(t) \leq t$  muss nicht für alle Zeitpunkte in  $[0, t)$  geprüft werden
  - ▶  $\{e_1, e_2, \dots\} = mp_i + D_i; i = 1 \dots n, m = 0, 1, \dots$
  - ▶ wobei alle  $e_i < L$  genügen
  - ▶ Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung eines Arbeitsauftrags

## Ansatz

- Antwortzeit** ▶ Zeitdauer zwischen Auslösezeit und Terminationszeitpunkt (S. 4-9)
- Idee** ▶ Terminationszeitpunkt vor dem **absoluten** Termin  
 ▶ Antwortzeit  $\omega_i$  kürzer als der **relative** Termin  $D_i$   
 ▶ für jede Aufgabe  $T_i : \omega_i \leq D_i$
- Voraussetzungen** ▶ Bedingungen **A1 - A7** müssen eingehalten werden  
 ▶ Konzept ist jedoch erweiterbar

### Probleme

- ▶ Wie berechnet man die Antwortzeit?
- ▶ Wann wird die **maximale** Antwortzeit erreicht?

## Beispiel: Berechnung der maximalen Antwortzeit

mit den Aufgaben  $T_1 = (\phi_1, 3, 1)$ ,  $T_2 = (\phi_2, 5, 1.5)$ ,  $T_3 = (\phi_3, 7, 1.25)$ ,  $T_4 = (\phi_4, 9, 0.5)$

- ▶ Antwortzeit  $\omega_1$  von  $T_1$ 
  - ▶  $\omega_1(3) = 1 \leq 1$
  - ▶  $T_1$  ist zulässig
- ▶ Antwortzeit  $\omega_2$  von  $T_2$ 
  - ▶  $\omega_2(3) = 1.5 + \lceil \frac{3}{3} \rceil = 2.5 \leq 3$
  - ▶  $T_2$  ist zulässig
- ▶ Antwortzeit  $\omega_3$  von  $T_3$ 
  - ▶  $\omega_3(3) = 1.25 + \lceil \frac{3}{5} \rceil 1 + \lceil \frac{3}{5} \rceil 1.5 = 3.75 > 3$
  - ▶  $\omega_3(5) = 1.25 + \lceil \frac{5}{5} \rceil 1 + \lceil \frac{5}{5} \rceil 1.5 = 4.75 \leq 5$
  - ▶  $T_3$  ist zulässig
- ▶ Antwortzeit  $\omega_4$  von  $T_4$ 
  - ▶  $\omega_4(3) = 0.5 + \lceil \frac{3}{10} \rceil 1 + \lceil \frac{3}{10} \rceil 1.5 + \lceil \frac{3}{10} \rceil 1.25 = 4.25 > 3$
  - ▶  $\omega_4(5) = 0.5 + \lceil \frac{5}{10} \rceil 1 + \lceil \frac{5}{10} \rceil 1.5 + \lceil \frac{5}{10} \rceil 1.25 = 5.25 > 5$
  - ▶  $\omega_4(6) = 0.5 + \lceil \frac{6}{10} \rceil 1 + \lceil \frac{6}{10} \rceil 1.5 + \lceil \frac{6}{10} \rceil 1.25 = 6.75 > 6$
  - ▶  $\omega_4(7) = 0.5 + \lceil \frac{7}{10} \rceil 1 + \lceil \frac{7}{10} \rceil 1.5 + \lceil \frac{7}{10} \rceil 1.25 = 7.75 > 7$
  - ▶  $\omega_4(9) = 0.5 + \lceil \frac{9}{10} \rceil 1 + \lceil \frac{9}{10} \rceil 1.5 + \lceil \frac{9}{10} \rceil 1.25 = 9.00 \leq 9$
  - ▶  $T_4$  ist zulässig

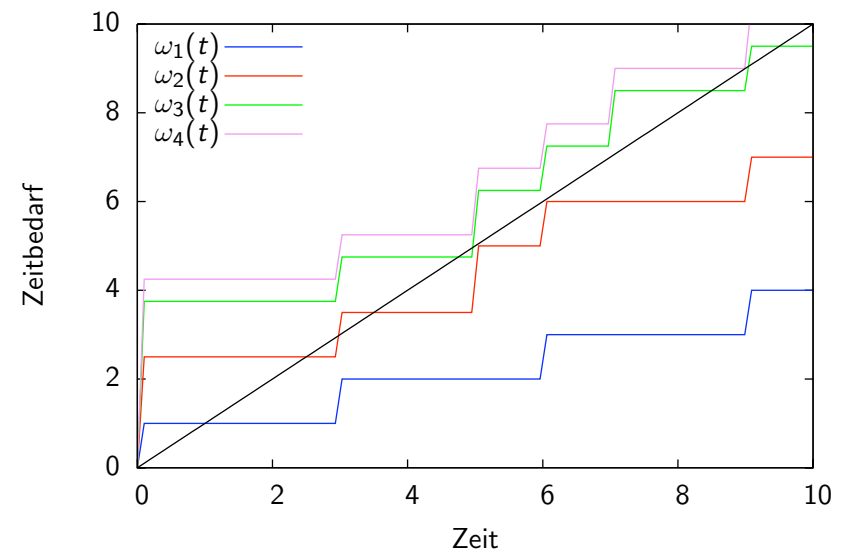
## Berechnung der Antwortzeit

- ▶ die Antwortzeit  $\omega_i$  einer Aufgabe  $T_i$  berechnet sich zu

$$\omega_i(t) = e_i + \sum_{k=1}^{i-1} \lceil \frac{t}{p_k} \rceil e_k; 0 < t \leq p_i$$

- ▶ die Aufgabe endet, bevor das Ereignis erneut eintritt
- ▶ setzt sich zusammen, aus
  - ▶ der WCET von  $T_i$  selbst und
  - ▶ den WCETs der Aufgaben mit höherer Priorität  $T_1, \dots, T_{i-1}$
- ▶ zu prüfen ist nun  $\omega_i(t) \leq t$ ;  
 $t = jp_k; \quad k = 1, 2, \dots, i; \quad j = 1, 2, \dots, \lfloor \min(p_i, D_i) / p_k \rfloor$ 
  - ▶ Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung dringlicherer Aufgaben
  - ▶ bis das Ereignis erneut eintritt/der Termin der Aufgabe erreicht ist
  - ▶ ist die Ungleichung für **einen** Zeitpunkt  $t$  erfüllt, ist  $T_i$  **zulässig**

## Zeitbedarfsfunktionen der Aufgaben $T_1, T_2, T_3$ und $T_4$



## Fadensynchronisation

Erweiterung des Konzepts, Aufhebung von Bedingung A5

- ▶ Arbeitsaufträge können blockiert werden
  - ▶ wenn sie Betriebsmittel nachfragen,
  - ▶ die bereits von Arbeitsauftrag niedriger Priorität belegt sind.
- ▶ das muss bei der Bestimmung der Antwortzeit berücksichtigt werden

$$\omega_i(t) = e_i + bt_i + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{t}{p_k} \right\rceil e_k; 0 < t \leq p_i$$

- ▶ die Blockadezeit  $bt_i$  der Aufgabe  $T_i$  verlängert die Antwortzeit
- ▶ die Blockadezeit hängt vom Synchronisationsprotokoll ab
  - ▶ NPCS (S. 7-13):  $bt_i = \max_{i+1 \leq k \leq n}(cs_k)$
  - ▶ Priority Inheritance (S. 7-18):  $bt_i = \min(n, j) \max_{i+1 \leq k \leq n}(cs_k)$ 
    - ▶  $n$  Betriebsmittel und Konflikt mit  $j$  Aufgaben niedrigerer Priorität
  - ▶ Priority Ceiling (S. 7-22):  $bt_i = \dots$

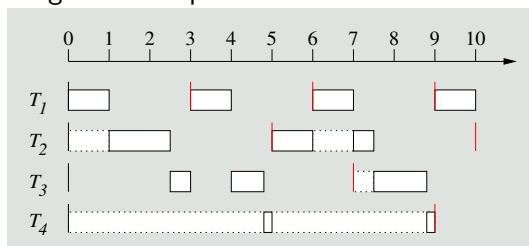
## Simulation

- Vorteil**
- ▶ Analysemethoden: **komplex** und schwer verständlich
  - ▶ Planungsalgorithmen: relativ **einfach**
  - ▶ Konstruktion eines Ablaufplans!

- Voraussetzung**
- ▶ Simulation muss den *worst case* treffen

- Lösung**
- ▶ Simulation muss am kritischen Zeitpunkt beginnen

Vergleiche Beispiel auf S. 9-30



☞ Methode, die in vielen industriellen Werkzeugen vorzufinden ist

## Wann wird die Antwortzeit maximal?

- ▶ **kritischer Zeitpunkt** (engl. *critical instant*)
  - ▶ Auslösung eines Arbeitsauftrags an seinem kritischen Zeitpunkt
  - ▶ die **maximale Antwortzeit** wird erreicht
- ▶ der Arbeitsauftrag einer Aufgabe  $T_i$ , der an einem kritischen Zeitpunkt ausgelöst wird
  - ▶ hat die **maximale Antwortzeit** aller Arbeitsaufträge in  $T_i$ 
    - ▶ falls diese ihre Termine einhalten
  - ▶ **verpasst seinen Termin**
    - ▶ falls irgendein Arbeitsauftrag in  $T_i$  seinen Termin verpasst
- ▶ Liu und Layland [8]: ein kritischer Zeitpunkt
  - ▶ in Systemen mit **statischen** Prioritäten tritt ein
  - ▶ falls **zusammen** mit einem Arbeitsauftrag einer Aufgabe  $T_i$
  - ▶ Arbeitsaufträge aller Aufgaben **höherer Priorität**  $T_1, \dots, T_{i-1}$  ausgelöst werden
- ▶ In Systemen mit **dynamischen** Prioritäten
  - ▶ lässt sich ein solcher kritischer Zeitpunkt **nicht** identifizieren,
  - ▶ was die Antwortzeitanalyse ungemein **aufwendig** macht.

## Resümee

**Zulässigkeit** einer Menge von Aufgaben

- ▶ **zentrale Frage**: ist eine Menge von Aufgaben zulässig?
- ▶ d.h. können alle Aufgaben termingerecht abgearbeitet werden?

**Komplexität** dieser Fragestellung

- ▶ Entscheidung der Zulässigkeit ist sehr, sehr schwierig
- ▶ nur Sonderfälle sind in polynomieller Laufzeit berechenbar
- ▶ nahezu alle Varianten des Problems sind **stark  $\mathcal{NP}$ -hart**

**Optimalität** eines Ablaufplanungsalgorithmus

- ▶ ist ein Ablaufplanungsalgorithmus **optimal**,
- ▶ findet er einen zulässigen Ablaufplan für eine bestimmte Aufgaben,
- ▶ **gdw** ein zulässiger Ablaufplan existiert.

**Planbarkeitsanalyse** für dynamische und statische Prioritäten

- ▶ dynamische Prioritäten  $\leadsto$  CPU-Auslastung, Zeitbedarfsanalyse
- ▶ statische Prioritäten  $\leadsto$  Antwortzeitanalyse, Simulation

## Literaturverzeichnis

- [1] Edward G. Coffman.  
*Computer and Job-shop Scheduling Theory*.  
John Wiley & Sons Inc, 1976.
- [2] Sanjoy K. Baruah, Louis E. Rosier, and R. R. Howell.  
Algorithms and complexity concerning the preemptive scheduling of  
periodic, real-time tasks on one processor.  
*Real-Time Systems Journal*, 2(4):301–324, 1990.
- [3] Pascal Richard.  
On the complexity of scheduling real-time tasks with  
self-suspensions on one processor.  
*Proceedings. 15th Euromicro Conference on Real-Time Systems*  
(ECRTS 2003), pages 187–194, July 2003.

## Literaturverzeichnis (Forts.)

- [7] Jane W. S. Liu.  
*Real-Time Systems*.  
Prentice-Hall, Inc., 2000.
- [8] C. L. Liu and James W. Layland.  
Scheduling algorithms for multiprogramming in a hard-real-time  
environment.  
*Journal of the ACM*, 20(1):46–61, 1973.
- [9] Marco Spuri.  
*Earliest Deadline Scheduling in Real-Time Systems*.  
Dissertation, Scuola Superiore S. Anna, Pisa, 1996.
- [10] S.K. Baruah, A.K. Mok, and L.E. Rosier.  
Preemptively scheduling hard-real-time sporadic tasks on one  
processor.  
pages 182–190, December 1990.

## Literaturverzeichnis (Forts.)

- [4] A. K. Mok.  
*Fundamental design problems of distributed systems for the hard  
real-time environment*.  
PhD thesis, MIT, 1983.
- [5] Yang Cai and M. C. Kong.  
Nonpreemptive scheduling of periodic tasks in uni- and  
multiprocessor systems.  
*Algorithmica*, 15(6):572–599, 1996.
- [6] Sanjoy Baruah and Joel Goossens.  
*Scheduling Real-time Tasks: Algorithms and Complexity*,  
chapter 28.  
Computer and Information Science series. Chapman & Hall/CRC,  
2004.