

Gliederung

1 Überblick

2 Einplanung

- Gebräuchliche Verfahren
- Statische Prioritäten
- Prioritätsabbildung
- Dynamische Prioritäten

3 Optimalität

- RM, DM & EDF
- Ereignisgesteuerte Ablaufplanung

4 Planbarkeitsanalyse

- CPU-Auslastung
- Zeitbedarfsanalyse
- Antwortzeitanalyse
- Simulation
- Prioritätsabbildung

5 Zusammenfassung

Fragestellungen

- Was sind die **Prioritäten** der ereignisorientierten Einplanung?
 - Welche Kriterien werden auf Prioritäten abgebildet?
 - **Statische** und **dynamische Verfahren** zur Bestimmung von Prioritäten
 - Wie geht man mit einer knappen Anzahl von Systemprioritäten um?
- Optimalität und Nichtoptimalität ereignisgesteuerter Ablaufplanung
 - Wie schlagen sich die vorgestellten Verfahren?
 - Wo liegen die Grenzen ereignisgesteuerter Ablaufplanung?
- Wie beurteilt man die **Planbarkeit** ereignisgesteuerter Systeme?
 - Beurteilung mit Hilfe der **maximalen, kumulativen CPU-Auslastung**
 - Wann werden die einzelnen Jobs fertig gestellt? ↗ **Antwortzeitanalyse**
 - Wie wirken sich zu wenige Systemprioritäten aus?

Gliederung

1 Überblick

2 Einplanung

- Gebräuchliche Verfahren
- Statische Prioritäten
- Prioritätsabbildung
- Dynamische Prioritäten

3 Optimalität

- RM, DM & EDF
- Ereignisgesteuerte Ablaufplanung

4 Planbarkeitsanalyse

- CPU-Auslastung
- Zeitbedarfsanalyse
- Antwortzeitanalyse
- Simulation
- Prioritätsabbildung

5 Zusammenfassung

Kriterien der Prioritätsvergabe

Statische Prioritäten

RM (engl. rate monotonic)

- je kürzer die **Periode**, desto höher die Priorität

DM (engl. deadline monotonic)

- je kürzer der **relative Termin**, desto höher die Priorität

Dynamische Prioritäten

EDF (engl. earliest deadline first)

- je früher der **Termin**, desto höher die Priorität

LRT (engl. latest release-time first), EDF umgekehrt \rightsquigarrow Eigenstudium

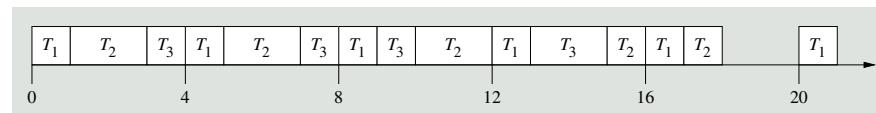
- je später die **Auslösezeit**, desto höher die Priorität

LST (engl. least slack-time first) \rightsquigarrow Eigenstudium

- je kürzer die **Schlupfzeit**, desto höher die Priorität

RM — Rate Monotonic (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2)$, $T_3 = (20, 5)$



T_1 hat die höchste Rate (kürzeste Periode) und startet zuerst

- alle Jobs von T_1 werden ausgelöst

T_2 hat die zweithöchste Priorität und folgt T_1

- die Jobs von T_2 werden im Hintergrund von T_1 ausgeführt
- der erste Job von T_2 startet nach dem ersten Job von T_1
- T_2 wird zum Zeitpunkt $t = 16$ von T_1 verdrängt

T_3 hat die dritthöchste Priorität und folgt T_2

- die Jobs von T_3 laufen im Hintergrund von T_1 und T_2
- T_3 läuft nur, wenn kein Job von T_1 und T_2 ausführbereit ist

untätig für Zeitintervall $[18, 19]$ gibt es keine ausführbereiten Jobs mehr

RM — Rate Monotonic

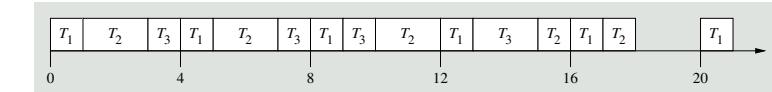
Rate einer Aufgabe T_i ist die Inverse der Periode von T_i

- bezieht sich auf die Auslösung von Arbeitsaufträgen in T_i
- je kürzer die Periode von T_i , desto höher die Rate von T_i
 - desto höher die Priorität von T_i

Aufgaben $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2)$, $T_3 = (20, 5)$

- bei $D_i = p_i$ und $\phi_i = 0$ gibt man D_i und ϕ_i nicht an
- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{1, 2, 5\}$

Ablaufplan



- Arbeitsaufträge werden in ihren Aufgabenperioden ausgeführt
 - lässt den Prozessor nicht untätig, wenn ausführbare Jobs anstehen

DM — Deadline Monotonic

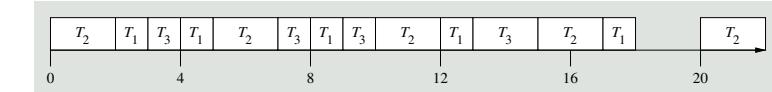
DM = RM wenn gilt: $D_i = p_i$

- z.B. $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2)$, $T_3 = (20, 5)$
 - entspricht $T_1 = (4, 1, 4)$, $T_2 = (5, 2, 5)$, $T_3 = (20, 5, 20)$
 - relativer Termin und Periode jeder Aufgabe sind identisch

Aufgaben $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2, 3)$, $T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{1, 2, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

Ablaufplan



- bei beliebigen relativen Terminen arbeitet DM besser als RM
 - d.h., DM liefert zulässige Abläufe in Fällen, wo RM scheitert

Mehrdeutigkeit von Prioritäten

Anwendungsebene vs. Systemebene

Echtzeitrechensysteme unterstützen typischerweise nur eine begrenzte

Anzahl von Prioritätsebenen:

- 8 im IEEE 802.5 *token ring* [7]

- 32 im alten QNX, im neuen („Neutrino“) 256 [6]

- 140 in Linux 2.5 (mit Ebenen 1–100 reserviert für Echtzeitprozesse)

- 256 in VxWorks [14] und vielen anderen Echtzeitbetriebssystemen

- **implementierungsbedingter begrenzter Wertebereich:** Bitfeld, char

Echtzeitanwendungen können jedoch mehr Prioritätsebenen benötigen, als die gegebene Systemplattform unterstützt

uneindeutige Prioritäten (engl. *nondistinct priorities*) sind die Folge

- die Anzahl unterschiedlicher (eindeutiger) Task-/Jobprioritäten übersteigt die Anzahl unterschiedlicher Prioritäten im System
- die Task-/Jobprioritäten lassen sich nicht eindeutig abbilden

Abbildung durch gleichmäßige Verteilung

(engl. *uniform mapping*)

Prioritätsraster Π uniform auf den Bereich zugewiesener Prioritäten legen

- sei Q definiert als Ganzzahl $\lfloor \omega_n/\omega_s \rfloor$, dann ist die Systempriorität $\pi_k = kQ$ für $k = 1, 2, \dots, \omega_s - 1$ und $\pi_{\omega_s} = \omega_n$
- das bedeutet für einen Block von max. Q zugewiesenen Prioritäten:
 - die ersten Q höchsten $1, 2, \dots, Q$ werden abgebildet auf $\pi_1 = Q$
 - die nächsten Q höchsten werden abgebildet auf $\pi_2 = 2Q$
 - usw., bis alle zugewiesenen Prioritäten „gerastert“ worden sind
- Jobs werden dann gemäß ihrer Systempriorität π_k abgearbeitet

Tasks verschiedener logischer (d.h., zugewiesener) Prioritäten erhalten dieselbe physische Systempriorität, liegen auf einer Prioritätsebene

- die Jobs dieser Tasks sind einer linearen Abbildung unterworfen
- Wichtigkeit erhalten sie durch ihre Position in der linearen Ordnung

Prinzip der Prioritätsabbildung

Prioritätsraster (engl. *priority grid*)

ω_n Anzahl (an eine Task/einen Job) zugewiesener Prioritäten

- $1, 2, \dots, \omega_n$ mit 1 als höchste und ω_n als niedrigste Priorität

ω_s Anzahl der Prioritäten des Systems

- $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{\omega_s}$ mit π_k ($1 \leq k \leq \omega_s$) im Bereich $[1, \omega_n]$
- zusätzlich gilt: $\pi_j < \pi_k$ wenn $j < k$

Menge $\{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{\omega_s}\}$ ist **Prioritätsraster** Π , auf das die zugewiesenen Prioritäten wie folgt abgebildet werden:

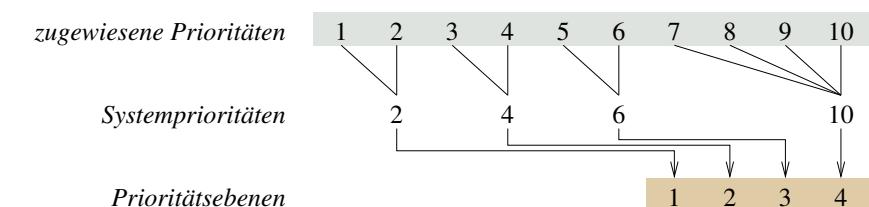
- zugewiesene Prioritäten größer gleich π_1 auf π_1
- zugewiesene Prioritäten im Bereich π_{k-1}, π_k auf π_k für $1 < k \leq \omega_s$

☞ die Abbildung kann **gleichmäßig** oder **ungleichmäßig** definiert sein

Abbildung durch gleichmäßige Verteilung (Forts.)

Querschneidender Belang von Anwendung und System

Beispiel: 10 Tasks mit zugewiesenen Prioritäten $1, 2, \dots, 10$ und ein System, das nur die Prioritätsebenen 1, 2, 3, 4 unterstützt



- $[1, 2] \mapsto \pi_1 = 2$
- $[3, 4] \mapsto \pi_2 = 4$
- $[5, 6] \mapsto \pi_3 = 6$
- $[7, 10] \mapsto \pi_4 = 10$

Problem „Fairness“: Tasks höherer zugewiesener Prioritäten werden gleich behandelt wie Tasks mit niedrigeren zugewiesenen Prioritäten.

Abbildung durch ungleichmäßige Verteilung

(engl. *non-uniform mapping*)

Prioritätsraster Π derart auf den Bereich zugewiesener Prioritäten legen, so dass das Verhältnis $(\pi_{i-1} + 1)/\pi_i$ für $i = 2, 3, \dots, \omega_s$ gleich bleibt

- die Methode wird auch als *constant ratio mapping* [8] bezeichnet
- für höhere zugewiesene Prioritäten werden mehr Prioritätsebenen reserviert als für niedrigere zugewiesene Prioritäten
- resultiert in eine bessere Feinabstufung höher priorisierter Tasks

Beispiel (wie gehabt, s. Folie IV-2/12): $\omega_n = 10$, $\omega_s = 4$

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| • $[1, 1] \mapsto \pi_1 = 1$ | • $1:1 \mapsto \text{Ebene}_1$ |
| • $[2, 3] \mapsto \pi_2 = 3$ | • $(\pi_1 + 1)/\pi_2 = 2/3$ |
| • $[4, 6] \mapsto \pi_3 = 6$ | • $(\pi_2 + 1)/\pi_3 = 2/3$ |
| • $[7, 10] \mapsto \pi_4 = 10$ | • $(\pi_3 + 1)/\pi_4 \approx 2/3$ |
| | • $2:1 \mapsto \text{Ebene}_2$ |
| | • $3:1 \mapsto \text{Ebene}_3$ |
| | • $4:1 \mapsto \text{Ebene}_4$ |

EDF — Earliest Deadline First

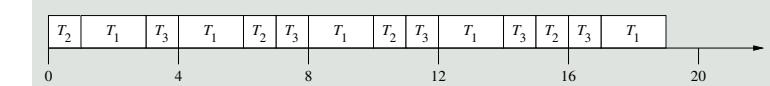
Ordnet Arbeitsaufträge nach ihrem **absoluten Termin**

- je näher der absolute Termin, umso höher die Priorität
- verschiedene Jobs derselben Aufgabe mit unterschiedlicher Priorität

Aufgaben $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

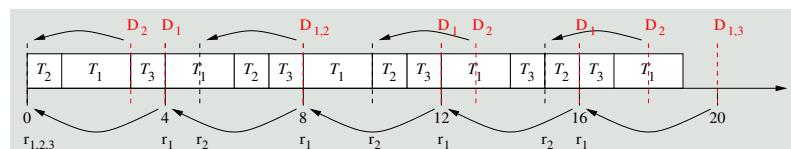
Ablaufplan



- Arbeitsaufträge werden möglichst auslösezeitnah gestartet
- lässt den Prozessor nicht untätig, wenn ausführbereite Jobs anstehen

EDF — Earliest Deadline First (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$



$$T_1 = (4, 2)$$

t_0 Auslösung, $D_1 = 4$

t_1 Start – t_3 Ende

t_4 Auslösung, $D_1 = 8$, Start

t_6 Ende

t_8 Auslösung, $D_1 = 12$, Start

t_{10} Ende

t_{12} Auslösung, $D_1 = 16$, Start

t_{14} Ende

t_{16} Auslösung, $D_1 = 20$

t_{17} Start – t_{19} Ende

$$T_2 = (5, 1, 3)$$

t_0 Auslösung, $D_2 = 3$, Start

t_1 Ende

t_5 Auslösung, $D_2 = 8$

t_6 Start – t_7 Ende

t_{10} Auslösung, $D_2 = 13$, Start

t_{11} Ende

t_{15} Auslösung, $D_2 = 18$, Start

t_{16} Ende

t_{17} Fortsetzung

$$T_3 = (20, 5)$$

t_0 Auslösung, $D_3 = 20$

t_3 Start – t_4 Verdrängung

t_7 Fortsetzung

t_8 Verdrängung

t_{11} Fortsetzung

t_{12} Verdrängung

t_{14} Fortsetzung

t_{15} Verdrängung

t_{16} Fortsetzung

t_{17} Ende

LRT — Latest Release-Time First

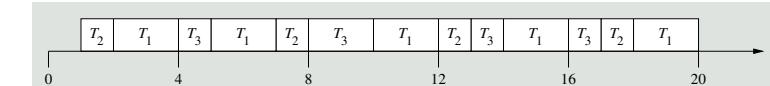
EDF umgekehrt → Arbeitsaufträge werden „rückwärts“ eingeplant

- Auslösezeiten sind Termine bzw. Termine sind Auslösezeiten

Aufgaben $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

Ablaufplan



- Arbeitsaufträge werden möglichst terminnah erfüllt

- lässt den Prozessor ggf. unaktiv trotz ausführbereiter Jobs
 - schiebt Jobs mit harten Echtzeitbedingungen nach hinten
 - schafft vorne Spiel für Jobs mit weichen/festen Echtzeitbedingungen

LST — Least Slack-Time First

auch: *Minimum Laxity First*, MLF

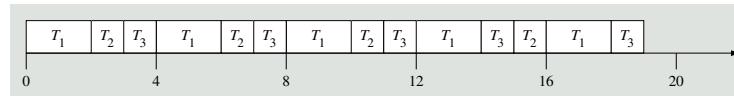
Schlupfzeit zum Zeitpunkt t

$$\begin{aligned} \text{slack}(J_i, t) &= r_i + D_i - t - \text{maturity}(J_i, t) \\ \text{maturity}(J_i, t) &= e_i - \text{elapsed time}(J_i, t) \end{aligned}$$

Aufgaben $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

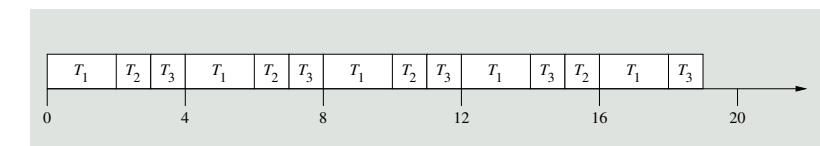
Ablaufplan



- benötigt Ausführungszeiten und Termine der Arbeitsaufträge
- Arbeitsaufträge werden möglichst auslösezeitnah gestartet
- lässt den Prozessor nicht untätig, wenn ausführbereite Jobs anstehen

LST — Least Slack-Time First (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$



	$J_{1,x}$			$J_{2,x}$			$J_{3,x}$		
	Job	Slack	maturity	Job	slack	maturity	Job	slack	maturity
t_0	$J_{1,1}$	2	0	$J_{2,1}$	2	0		15	0
t_4		2	0		-	-		12	1
t_5	$J_{1,2}$	1	1	$J_{2,2}$	2	0		11	1
t_8	$J_{1,3}$	2	0		-	-		9	2
t_{10}	-	-	-	$J_{2,3}$	2	0	$J_{3,1}$	7	2
t_{12}	$J_{1,4}$	2	0		-	-		6	3
t_{15}	-	-	-	$J_{2,4}$	2	0		4	4
t_{16}	$J_{1,5}$	2	0		-	-		3	4
t_{18}	-	-	-		-	-		1	4

Gliederung

1 Überblick

2 Einplanung

- Gebräuchliche Verfahren
- Statische Prioritäten
- Prioritätsabbildung
- Dynamische Prioritäten

3 Optimalität

- RM, DM & EDF
- Ereignisgesteuerte Ablaufplanung

4 Planbarkeitsanalyse

- CPU-Auslastung
- Zeitbedarfsanalyse
- Antwortzeitanalyse
- Simulation
- Prioritätsabbildung

5 Zusammenfassung

Optimalität des RM-Algorithmus

Der RM-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

- **synchron** sind (d.h. $\phi_i = 0$) und
- die Voraussetzungen **A1 - A7** erfüllen (s. Folie IV-1/10).

Beweisidee (Baruah [1])

- gegeben sei ein System mit den Aufgaben $\{T_1, T_2, T_3, \dots, T_n\}$
- mit Prioritäten $T_1 \succ T_2 \succ \dots \succ T_n$ (nicht RM-konform)
- erzeuge einen zulässigen Ablaufplan
- Prioritäten können hinsichtlich RM umgeformt werden¹
- ohne die Zulässigkeit des Ablaufplans zu zerstören

¹Man kann die Prioritäten zweier Aufgaben T_1 und T_2 , die das RM-Schema verletzen (für die also $T_1 \succ T_2$ gilt, obwohl $p_1 > p_2$), tauschen, ohne dabei die Zulässigkeit des Systems zu zerstören.

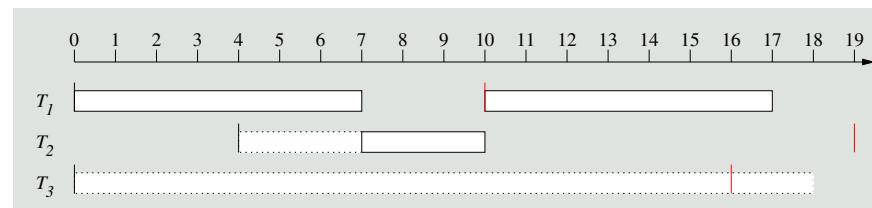
Nichtoptimalität des RM-Algorithmus

Der RM-Algorithmus ist nicht optimal für Systeme, deren Aufgaben

- **asynchron** sind (d.h. $\exists \phi_i > 0$) und
- die Voraussetzungen **A1 - A7** erfüllen.

Beweis (Baruah [1])

- Betrachte $T_1 = (10, 7, 10, 0)$, $T_2 = (15, 3, 15, 4)$, $T_3 = (16, 1, 16, 0)$
- RM: $T_1 \succ T_2 \succ T_3$



- T_3 verpasst bei t_{16} seinen Termin
- $T_1 \succ T_3 \succ T_2$ würde funktionieren

Optimalität des DM-Algorithmus

Der DM-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

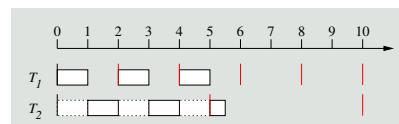
- **synchron** sind,
- die Voraussetzungen **A1, A2**, sowie **A4 - A7** einhalten und
- für deren Termine $D_i \leq p_i$ gilt.

Beweisidee (Baruah [1])

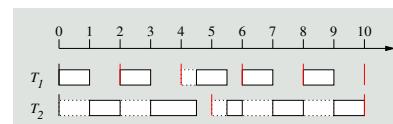
- Analog zum RM-Algorithmus

Nichtoptimalität statischer Prioritäten

- betrachte $T_1 = (2, 1)$ und $T_2 = (5, 2.5)$
- sei $T_1 \succ T_2$



t_5 T_2 verpasst Termin



t_4 $T_2 \succ T_1$

t_{10} Hyperperiode

- vor dem Zeitpunkt t_4 müsste gelten $T_1 \succ T_2$
- zum Zeitpunkt t_4 müsste gelten $T_2 \succ T_1$

☞ Widerspruch zur statischen Vergabe von Prioritäten

Optimalität des EDF-Algorithmus

Der EDF-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

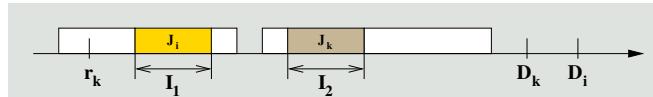
- beliebige Auslösezeiten
 - sporadisch/periodisch
 - synchron/asynchron
- und
- beliebige Deadlines
 - länger oder
 - kürzer als die entsprechende Periode
- besitzen, sowie
- die Voraussetzungen **A2** und **A4 - A7** erfüllen.

Beweis (Liu [10, S. 67])

- Jeder **zulässige** Ablaufplan für solche Systeme
- lässt sich in einen EDF-Ablaufplan umformen.

EDF: Ablaufplanherleitung durch Umformung

Gegeben sei folgender Ablaufplan:



- betrachte alle Paare von Arbeitsaufträgen J_i und J_k
- Arbeitsauftrag J_i wird im Intervall I_1 , J_k im Intervall I_2 eingeplant
- der Termin von J_k sei vor dem Termin von J_i : $D_k < D_i$
- das Intervall I_1 liegt komplett vor I_2 : $I_1 < I_2$

Fall 1: $r_k > I_1$

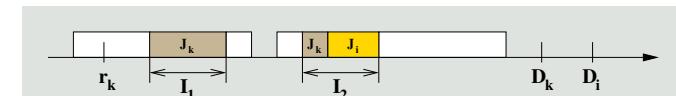
- J_k kann nicht in I_1 eingeplant werden
- der Ablaufplan hat bereits EDF-Form

EDF: Ablaufplanherleitung durch Umformung (Forts.)

Fall 2: $r_k < I_1$ ohne Beschränkung der Allgemeinheit

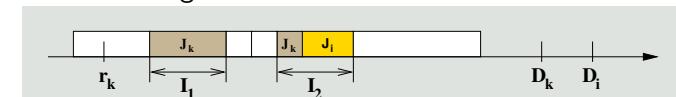
- ❶ tausche J_i und J_k

Fall 2a: $d(I_1) < d(I_2)$ J_k passend stückeln (Verdrängung!)



Fall 2b: $d(I_1) \geq d(I_2)$ trivial

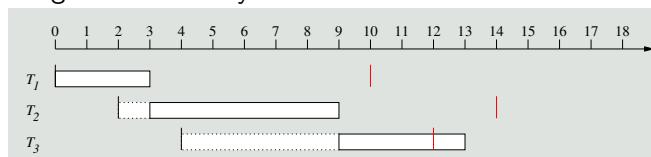
- ❷ verbliebene Ruheintervalle durch Verschiebung von Arbeitsaufträgen auffüllen



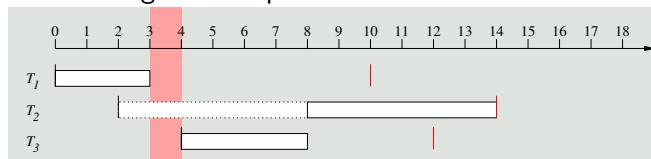
Nichtoptimalität ereignisgesteuerter Ablaufplanung

Beliebige (in diesem Fall nicht-verdrängbare) Aufgaben

- betrachte $T_1 = (10, 3, 10, 0)$, $T_2 = (14, 6, 12, 2)$, $T_3 = (12, 4, 8, 4)$
- EDF versagt bei diesem System



- obwohl ein zulässiger Ablaufplan existiert



- dieser lässt allerdings den Prozessor kurz untätig

Der Plan wird von keinem vorrangigesteuerten Algorithmus gefunden!

Gliederung

- ❶ Überblick
- ❷ Einplanung
 - Gebräuchliche Verfahren
 - Statische Prioritäten
 - Prioritätsabbildung
 - Dynamische Prioritäten
- ❸ Optimalität
 - RM, DM & EDF
 - Ereignisgesteuerte Ablaufplanung
- ❹ Planbarkeitsanalyse
 - CPU-Auslastung
 - Zeitbedarfsanalyse
 - Antwortzeitanalyse
 - Simulation
 - Prioritätsabbildung
- ❺ Zusammenfassung

Aufgabenstellung

Gegeben sei eine Menge periodischer Aufgaben $T_i = (p_i, e_i, D_i, \phi_i)$ mit

- p_i der Periode
- e_i der maximalen Ausführungszeit
- D_i dem relativen Termin
- ϕ_i der Phase

der jeweiligen Aufgabe.

Fragestellung:

Ist diese Menge von Aufgaben **zulässig**?

CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)

Die **CPU-Auslastung** $u_{[t_1, t_2]}$ einer Menge von Arbeitsaufträgen während eines Intervalls $[t_1, t_2]$, ist der Anteil des **Rechenzeitbedarfs** $h_{[t_1, t_2]}$, der nötig ist, um diese Arbeitsaufträge auszuführen:

$$u_{[t_1, t_2]} = \frac{h_{[t_1, t_2]}}{t_2 - t_1}$$

Für eine Aussage über die Zulässigkeit einer Menge von Aufgaben T ist die **absolute CPU-Auslastung** (engl. *absolute loading factor*) von Bedeutung.

Dies ist die

- maximale CPU-Auslastung
- über alle Intervalle $[t_1, t_2]$

$$u = \max_{0 \leq t_1 < t_2} u_{[t_1, t_2]}$$

Planbarkeitsanalyse

Verschiedene Analysemethoden stehen zur Auswahl

CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)

- Zu welchem Prozentsatz wird der Prozessor **maximal** beansprucht?
- bevorzugte Methode für **dynamische Prioritäten**

Zeitbedarfsanalyse (engl. *processor demand*) \sim Eigenstudium

- Wieviel Rechenzeit wird innerhalb eines Zeitintervalls benötigt?
- neuere Methode für **dynamische Prioritäten**

Antwortzeitanalyse (engl. *response time analysis*)

- Wie lange benötigt eine Aufgabe **maximal** bis zur Fertigstellung?
- präzise Methode für **statische Prioritäten**

Simulation (engl. *simulation*) \sim Eigenstudium

- Wird in einem bestimmten Intervall eine Deadline verfehlt?
- bevorzugte Methode für **statische Prioritäten**

Rechenzeitbedarf (engl. *processor demand*)

Rechenzeitbedarf einer Menge von Aufgaben T im Zeitintervall $[t_1, t_2]$:

$$h_{[t_1, t_2]} = \sum_{t_1 \leq r_k, D_k \leq t_2} e_k$$

Das ist die maximale Ausführungszeit aller Arbeitsaufträge, deren

- Auslösezeitpunkt und
- absoluter Termin

innerhalb dieses Intervalls liegt.

Zulässigkeitstest für EDF

Liu und Layland [9]

Für jede Menge von n synchronen, periodischen Aufgaben, die den Kriterien A1 - A7 entsprechen, findet der EDF Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, gdw für die CPU-Auslastung gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{p_i} \leq 1$$

- Coffman zeigt dies auch für asynchrone Aufgaben [5]
- schließlich zeigt Spuri [13] die „Optimalität“ des EDF-Algorithmus
 - Aufgaben wie oben
 - synchron oder asynchron
 - Kriterium: $U \leq 1$
- analoge Tests existieren auch für RMA und DMA [10, S. 146]

Beliebige Termine und Perioden

Bedingung A3 (S. IV-1/10) soll gelockert werden

$$D_i \geq p_i$$

- die Kriterien von Layland/Liu und Coffman gelten nach wie vor [3]
- diese Kriterien sind **notwendig** und **hinreichend**

$$D_i < p_i$$

Baruah [3]

Für eine hybride Menge von n Aufgaben T , findet der EDF-Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, wenn gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\min\{D_i, p_i\}} \leq 1$$

- **hybride** Menge von Aufgaben: periodische und sporadische Aufgaben
- diese Kriterium ist **nur hinreichend!**

Ablaufplanungsprobleme und ihre Berechnungskomplexität

Systeme, die den Bedingungen A1 - A7 genügen, sind in polynomieller Zeit analysierbar. Die Lockerung dieser Einschränkungen haben jedoch tiefgreifende Konsequenzen:

- verzichtet man auf A3 \leadsto stark NP-hart (Baruah [2])
 - Termine sind **kürzer** als die Perioden der Aufgaben.
- verzichtet man auf A4 \leadsto stark NP-hart (Richard [12])
 - Aufgaben **legen sich schlafen** (engl. *self-suspension*).
- verzichtet man auf A5 \leadsto stark NP-hart (Mok [11])
 - Der **gegenseitige Ausschluss** wird durch Semaphore gesichert.
- verzichtet man auf A7 \leadsto stark NP-hart (Cai [4])
 - Harmonische, periodische Aufgaben sind **nicht verdrängbar**.

☞ Dies hat auch Auswirkungen auf die Zulässigkeitstests!

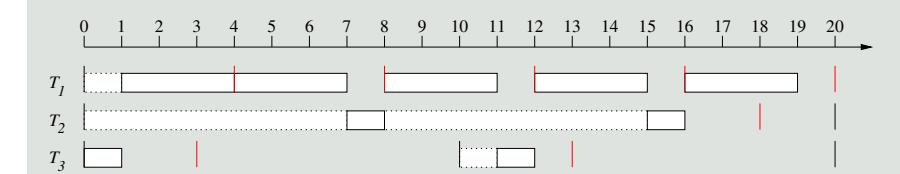
Dieser Test ist pessimistisch . . .

Betrachte folgende Aufgaben:

$$T_1 = (4, 3, 4, 0), \quad T_2 = (20, 2, 18, 0), \quad T_3 = (10, 1, 3, 0)$$

- $\sum_i \frac{e_i}{\min\{D_i, p_i\}} = \frac{3}{4} + \frac{2}{18} + \frac{1}{3} = \frac{43}{36} > 1$
- das System ist laut des Tests (s. Folie IV-2/35) **nicht zulässig!**

EDF findet jedoch einen zulässigen Ablaufplan:



Maximierung des Rechenzeitbedarfs

- hybrides System \rightsquigarrow entsprechendes synchrones, periodisches System
 - alle sporadischen Aufgaben
 - haben Phase $\phi_i = 0$
 - treten mit ihrer maximalen Frequenz auf
- der Rechenzeitbedarf solcher Systeme ist im Intervall $[0, t[$ maximal
 - man kann zeigen: $\forall t_1, t_2 : h_{[t_1, t_2[} \leq h_{[0, t_2 - t_1[}$
- der Rechenzeitbedarf im Intervall $[0, t[$ ist:

$$h(t) = \sum_{D_i \leq t} \left(1 + \left\lfloor \frac{t - D_i}{p_i} \right\rfloor\right) e_i$$

- alle Arbeitsaufträge, die vor t beendet sein müssen
- multipliziert mit der maximalen Anzahl ihrer Aktivierungen

Tätigkeitsintervalle

Liu und Layland [9]

Kann der EDF-Algorithmus für eine Menge periodischer Aufgaben keinen zulässigen Ablaufplan finden, so wird ein Termin im ersten Tätigkeitsintervall verpasst.

- innerhalb eines Tätigkeitsintervall ist der Prozessor nie untätig
 - eine Phase kontinuierlicher Prozessorauslastung
- diese Eigenschaft wurde später auch gezeigt für
 - Mengen synchroner, periodischer Aufgaben mit $D_i \leq p_i$ und
 - generische Mengen synchroner, periodischer Aufgaben
- sei L nun die Länge des ersten Tätigkeitsintervalls
 - die maximale Länge des zu prüfenden Intervalls ist nun beschränkt
- $h(t) \leq t$ muss nicht für alle Zeitpunkte in $[0, t[$ geprüft werden
 - $\{e_1, e_2, \dots\} = mp_i + D_i; i = 1 \dots n, m = 0, 1, \dots$
 - wobei alle $e_i < L$ genügen
 - Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung eines Arbeitsauftrags

Zulässigkeitstest

Der EDF-Algorithmus, erzeugt für jede hybride Menge von Aufgaben einen zulässigen Ablaufplan, **gdw**:

$$\forall t : h(t) \leq t$$

- entspricht direkt dem Satz von Spuri (S. Folie IV-2/33)
- ist als Kriterium aber so nicht brauchbar
 - schließlich gibt es unendlich viele Intervalle $[0, t[$
 - alle zu überprüfen ist einfach unmöglich

Einschränkung der zu überprüfenden Intervalle

Ansatz

Antwortzeit ω_i

- Zeitdauer zwischen Auslösezeit und Terminationszeitpunkt (s. Folie III-2/28)

Idee

- Terminationszeitpunkt vor dem **absoluten Termin**
- Antwortzeit ω_i kürzer als der **relative Termin D_i**
 - für jeden Job J_i in der Aufgabe T_i : $\omega_i \leq D_i$

Voraussetzungen

- Bedingungen **A1 - A7** müssen eingehalten werden
- Konzept ist jedoch erweiterbar

Probleme

- Wie berechnet man die Antwortzeit?
- Wann wird die maximale Antwortzeit erreicht?

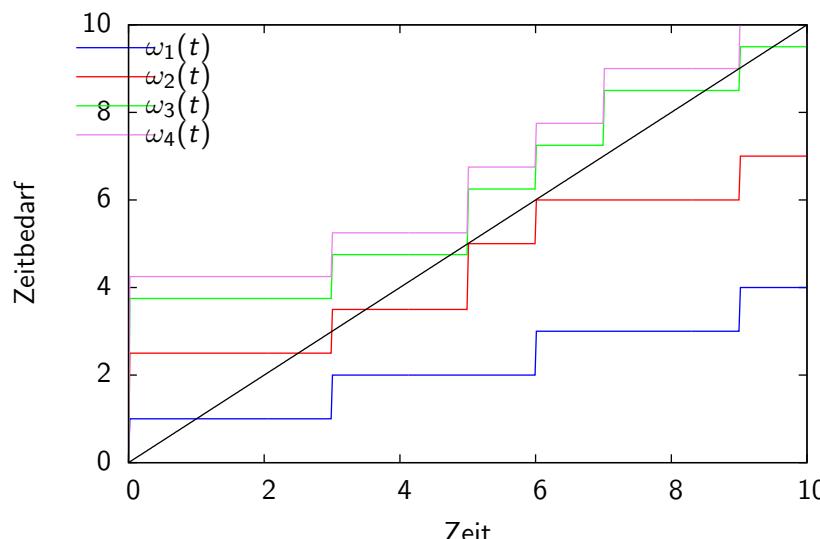
Berechnung der Antwortzeit

- die Antwortzeit ω_i der Aufgabe T_i berechnet sich zu

$$\omega_i(t) = e_i + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{t}{p_k} \right\rceil e_k; 0 < t \leq p_i$$

- die Aufgabe endet, bevor das Ereignis erneut eintritt
 - setzt sich zusammen, aus
 - der WCET e_i von T_i selbst und
 - den WCETs e_1, \dots, e_{i-1} der Aufgaben T_1, \dots, T_{i-1} höherer Priorität
 - $\rightsquigarrow T_i$ wird wiederholt von T_1, \dots, T_{i-1} verdrängt
 - zu prüfen ist nun $\omega_i(t) \leq t$
- $t = jp_k; k = 1, 2, \dots, i; j = 1, 2, \dots, \lfloor \min(p_i, D_i)/p_k \rfloor$
- Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung dringlicherer Aufgaben
 - bis das Ereignis erneut eintritt/der Termin der Aufgabe erreicht ist
 - ist die Ungleichung für einen Zeitpunkt t erfüllt, ist T_i zulässig

Zeitbedarfsfunktionen der Aufgaben T_1, T_2, T_3 und T_4



Beispiel: Berechnung der maximalen Antwortzeit

Aufgaben: $T_1 = (3, 1, 3, \phi_1)$, $T_2 = (5, 1.5, 5, \phi_2)$, $T_3 = (7, 1.25, 7, \phi_3)$, $T_4 = (9, 0.5, 9, \phi_4)$

- Antwortzeit ω_1 von T_1
 - $\omega_1(3) = 1 \leq 3 \rightsquigarrow$ zulässig
- Antwortzeit ω_2 von T_2
 - $\omega_2(3) = 1.5 + \lceil \frac{3}{3} \rceil 1 = 2.5 \leq 3 \rightsquigarrow$ zulässig
- Antwortzeit ω_3 von T_3
 - $\omega_3(3) = 1.25 + \lceil \frac{3}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{3}{5} \rceil 1.5 = 3.75 > 3$
 - $\omega_3(5) = 1.25 + \lceil \frac{5}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{5}{5} \rceil 1.5 = 4.75 \leq 5 \rightsquigarrow$ zulässig
- Antwortzeit ω_4 von T_4
 - $\omega_4(3) = 0.5 + \lceil \frac{3}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{3}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{3}{7} \rceil 1.25 = 4.25 > 3$
 - $\omega_4(5) = 0.5 + \lceil \frac{5}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{5}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{5}{7} \rceil 1.25 = 5.25 > 5$
 - $\omega_4(6) = 0.5 + \lceil \frac{6}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{6}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{6}{7} \rceil 1.25 = 6.75 > 6$
 - $\omega_4(7) = 0.5 + \lceil \frac{7}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{7}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{7}{7} \rceil 1.25 = 7.75 > 7$
 - $\omega_4(9) = 0.5 + \lceil \frac{9}{3} \rceil 1 + \lceil \frac{9}{5} \rceil 1.5 + \lceil \frac{9}{7} \rceil 1.25 = 9.00 \leq 9 \rightsquigarrow$ zulässig

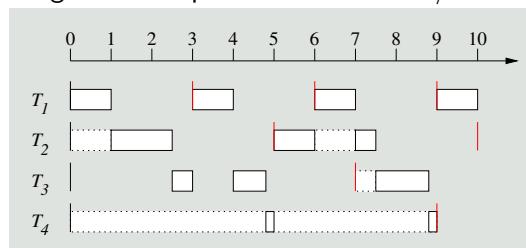
Wann wird die Antwortzeit maximal?

- kritischer Zeitpunkt** (engl. *critical instant*) \rightsquigarrow **maximale Antwortzeit**
 - Auslösung eines Arbeitsauftrags an seinem kritischen Zeitpunkt
- der an seinem kritischen Zeitpunkt ausgelöste Job J_i einer Task T_i
 - \rightsquigarrow hat die **maximale Antwortzeit** aller Jobs in T_i
 - falls diese ihre Termine einhalten
 - \rightsquigarrow **verpasst seinen Termin**
 - falls irgendein Arbeitsauftrag in T_i seinen Termin verpasst
- Systeme mit statischen Prioritäten**
 - Liu und Layland [9]: ein kritischer Zeitpunkt liegt vor, \rightsquigarrow falls **zusammen** mit einem Arbeitsauftrag der Aufgabe T_i
 - \rightsquigarrow Jobs aller Aufgaben **höherer Priorität** T_1, \dots, T_{i-1} ausgelöst werden
- In Systemen mit dynamischen Prioritäten**
 - lässt sich ein solcher kritischer Zeitpunkt **nicht** identifizieren,
 - weshalb die Antwortzeitanalyse hier **ungeeignet** ist.

Simulation

- Vorteil**
 - Analysemethoden: **komplex** und schwer verständlich
 - Planungsalgorithmen: relativ **einfach**
 - Konstruktion eines Ablaufplans!
- Voraussetzung**
 - Simulation muss den **worst case** treffen
- Lösung**
 - Simulation muss am kritischen Zeitpunkt beginnen

Vergleiche Beispiel auf s. Folie IV-2/42



☞ Methode, die in vielen industriellen Werkzeugen vorzufinden ist

Gliederung

- ① Überblick
- ② Einplanung
 - Gebräuchliche Verfahren
 - Statische Prioritäten
 - Prioritätsabbildung
 - Dynamische Prioritäten
- ③ Optimalität
 - RM, DM & EDF
 - Ereignisgesteuerte Ablaufplanung
- ④ Planbarkeitsanalyse
 - CPU-Auslastung
 - Zeitbedarfsanalyse
 - Antwortzeitanalyse
 - Simulation
 - Prioritätsabbildung
- ⑤ Zusammenfassung

Relative Planbarkeit

Einfluss der Anzahl von Systemprioritäten auf die Planbarkeit eines Systems

Verschlechterung der Planbarkeit ist zu erwarten, wenn insgesamt zu wenig Systemprioritäten zur Verfügung stehen, d.h., wenn gilt: $\omega_n > \omega_s$

- sei g das Minimum von Verhältniswerten des Prioritätsrasters
 - d.h., $g = \min_{2 \leq i \leq \omega_s} (\pi_{i-1} + 1) / \pi_i$ (s. Folie IV-2/13)
- im Falle von RM für große n und $D_i = p_i$ für alle i wurde gezeigt [8], dass für die **planbare Auslastung** (engl. *schedulable utilization*) gilt:

$$\ln(2g) + 1 - g \text{ falls } g > 1/2$$

$$g \text{ falls } g \leq 1/2$$

- das Verhältnis dieser Auslastung zu $\ln(2)$ ist ein Maß für die **relative Planbarkeit** des gegebenen Systems

Beispiel: 100 000 Tasks (evtl. noch vielmehr Jobs), d.h., $\omega_n = 100\,000$

- die relative Planbarkeit bei $\omega_s = 256$ ist gleich 0.9986

☞ RM: für komplexeste Tasksysteme reichen schon **256 Prioritätsebenen**

Resümee

Ablaufplanung gebräuchliche, ereignisgesteuerte Verfahren

- statische Prioritäten \rightsquigarrow RM, DM
 - Prioritätsabbildung im Falle nicht ausreichender Systemprioritäten
- dynamische Prioritäten \rightsquigarrow EDF

Optimalität und Nichtoptimalität von RM, DM und EDF

- Hängt von den Eigenschaften der betrachteten Aufgaben ab
- Nichtoptimalität von statischen Prioritäten und Ereignissesteuerung

Planbarkeitsanalyse ereignisgesteuerter Ablaufplanungsverfahren

- maximalen, kumulativen CPU-Auslastung und Antwortzeitanalyse
- relative Planbarkeit im Falle nicht ausreichender Systemprioritäten

Literaturverzeichnis

- [1] **Kapitel 28.**
In: BARUAH, S. ; GOOSSENS, J. :
Scheduling Real-time Tasks: Algorithms and Complexity.
Chapman & Hall/CRC, 2004 (Computer and Information Science series)
- [2] BARUAH, S. K. ; ROSIER, L. E. ; HOWELL, R. R.:
Algorithms and complexity concerning the preemptive scheduling of periodic, real-time tasks on one processor.
In: *Real-Time Systems Journal* 2 (1990), Nr. 4, S. 301–324.
<http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1007/BF01995675>. –
DOI <http://dx.doi.org/10.1007/BF01995675>. –
ISSN 0922–6443
- [3] BARUAH, S. ; MOK, A. ; ROSIER, L. :
Preemptively scheduling hard-real-time sporadic tasks on one processor.
(1990), Dez., S. 182–190.
<http://dx.doi.org/10.1109/REAL.1990.128746>. –
DOI 10.1109/REAL.1990.128746
- [4] CAI, Y. ; KONG, M. C.:
Nonpreemptive Scheduling of Periodic Tasks in Uni- and Multiprocessor Systems.
In: *Algorithmica* 15 (1996), Nr. 6, S. 572–599

Literaturverzeichnis (Forts.)

- [5] COFFMAN, E. G.:
Computer and Job-shop Scheduling Theory.
John Wiley & Sons Inc, 1976. –
ISBN 978–0471163190
- [6] HILDEBRAND, D. :
An Architectural Overview of QNX.
In: *Proceedings of the USENIX Workshop on Microkernels and Other Kernel Architectures.*
Seattle, WA, USA, Apr. 27–28, 1992, S. 113–126
- [7] IEEE STANDARD 802.5:
Token Ring Access Method and Physical Layer Specification.
IEEE, New York, 1989
- [8] LEHOCZKY, J. P. ; SHA, L. :
Performance of Real-Time Bus Scheduling Algorithms.
In: *ACM Performance Evaluation Review* 14 (1986), Mai, Nr. 1, S. 44–55

Literaturverzeichnis (Forts.)

- [9] LIU, C. L. ; LAYLAND, J. W.:
Scheduling Algorithms for Multiprogramming in a Hard-Real-Time Environment.
In: *Journal of the ACM* 20 (1973), Nr. 1, S. 46–61.
<http://dx.doi.org/http://doi.acm.org/10.1145/321738.321743>. –
DOI <http://doi.acm.org/10.1145/321738.321743>. –
ISSN 0004–5411
- [10] LIU, J. W. S.:
Real-Time Systems.
Prentice-Hall, Inc., 2000. –
ISBN 0–13–099651–3
- [11] MOK, A. K.:
Fundamental design problems of distributed systems for the hard real-time environment,
MIT, Diss., 1983
- [12] RICHARD, P. :
On the complexity of scheduling real-time tasks with self-suspensions on one processor.
In: *Proceedings. 15th Euromicro Conference on Real-Time Systems (ECRTS 2003)*
(2003), Jul., S. 187–194

Literaturverzeichnis (Forts.)

- [13] SPURI, M. :
Earliest Deadline Scheduling in Real-Time Systems, Scuola Superiore S. Anna, Pisa,
Dissertation, 1996
- [14] WIND RIVER SYSTEMS, INC.:
Wind River Homepage.
<http://www.windriver.com>,