Echtzeitsysteme

Ereignisgesteuerte Ablaufplanung periodischer Echtzeitsysteme

Fabian Scheler

Lehrstuhl Informatik 4

11. November 2014

Gliederung

Fragestellungen

- Was sind die Prioritäten der ereignisorientierten Einplanung?
  - Welche Kriterien werden auf Prioritäten abgebildet?
  - Statische und dynamische Verfahren zur Bestimmung von Prioritäten
  - Wie geht man mit einer knappen Anzahl von Systemprioritäten um?
- Optimalität und Nichtoptimalität ereignisgesteuerter Ablaufplanung
  - Wie schlagen sich die vorgestellten Verfahren?
  - Wo liegen die Grenzen ereignisgesteuerter Ablaufplanung?
- Wie beurteilt man die Planbarkeit ereignisgesteuerter Systeme?
  - Beurteilung mit Hilfe der maximalen, kumulativen CPU-Auslastung
  - Wann werden die einzelnen Jobs fertig gestellt? $\leadsto$ Antwortzeitanalyse
  - Wie wirken sich zu wenige Systemprioritäten aus?

Gliederung

Kriterien der Prioritätsvergabe

Statische Prioritäten

RM (engl. *rate monotonic*)

- je kürzer die Periode, desto höher die Priorität

DM (engl. *deadline monotonic*)

- je kürzer der relative Termin, desto höher die Priorität

Dynamische Prioritäten

EDF (engl. *earliest deadline first*)

- je früher der Termin, desto höher die Priorität

LRT (engl. *latest release-time first*), EDF umgekehrt $\leadsto$ Eigenstudium

- je später die Auslösezeit, desto höher die Priorität

LST (engl. *least slack-time first*) $\leadsto$ Eigenstudium

- je kürzer die Schlupfzeit, desto höher die Priorität

RM — *Rate Monotonic*

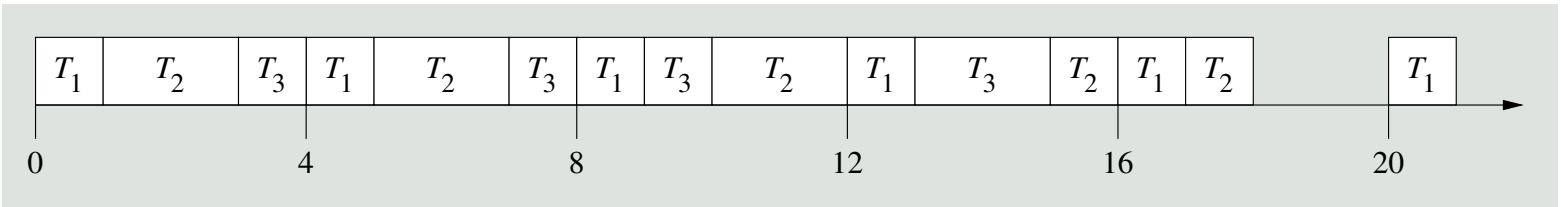
Rate einer Aufgabe T_i ist die Inverse der Periode von T_i

- bezieht sich auf die Auslösung von Arbeitsaufträgen in T_i
- je kürzer die Periode von T_i, desto höher die Rate von T_i
  - desto höher die Priorität von T_i

Aufgaben $T_1 = (4, 1),\ T_2 = (5, 2),\ T_3 = (20, 5)$

- bei $D_i = p_i$ und $\phi_i = 0$ gibt man D_i und ϕ_i nicht an
- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{1, 2, 5\}$

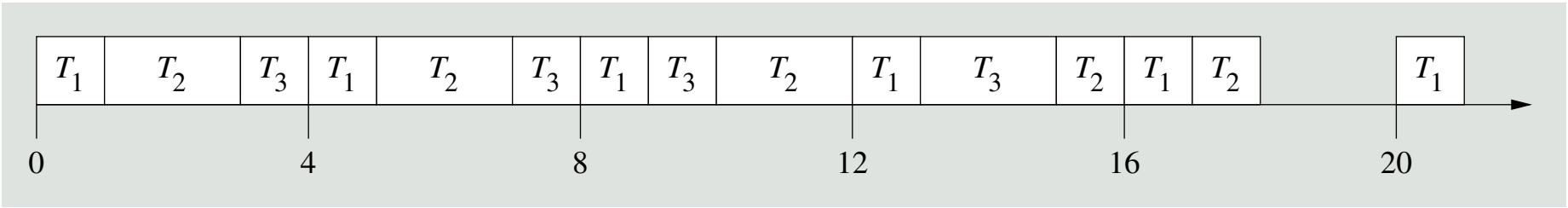
Ablaufplan



- Arbeitsaufträge werden in ihren Aufgabenperioden ausgeführt
  - lässt den Prozessor nicht untätig, wenn ausführbereite Jobs anstehen

RM — *Rate Monotonic* (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 1),\ T_2 = (5, 2),\ T_3 = (20, 5)$



T_1 hat die höchste Rate (kürzeste Periode) und startet zuerst
- alle Jobs von T_1 werden ausgelöst

T_2 hat die zweithöchste Priorität und folgt T_1
- die Jobs von T_2 werden im Hintergrund von T_1 ausgeführt
- der erste Job von T_2 startet nach dem ersten Job von T_1
- T_2 wird zum Zeitpunkt $t = 16$ von T_1 verdrängt

T_3 hat die dritthöchste Priorität und folgt T_2
- die Jobs von T_3 laufen im Hintergrund von T_1 und T_2
- T_3 läuft nur, wenn kein Job von T_1 und T_2 ausführbereit ist

untätig für Zeitintervall $[18, 19]$ gibt es keine ausführbereiten Jobs mehr

DM — *Deadline Monotonic*

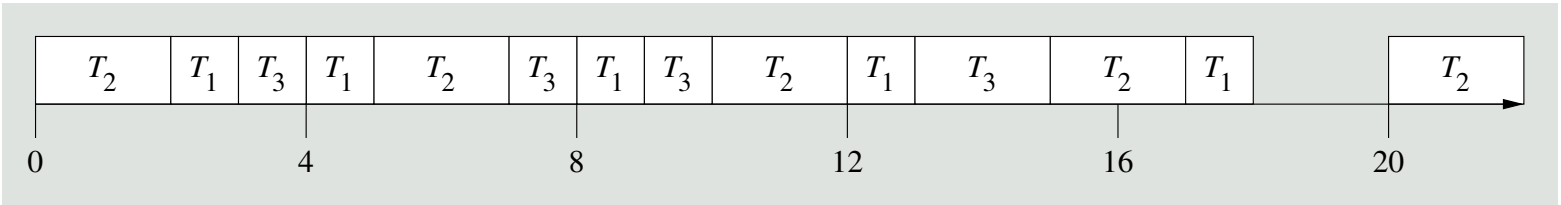
DM = RM wenn gilt: $D_i = p_i$

- z.B. $T_1 = (4, 1),\ T_2 = (5, 2),\ T_3 = (20, 5)$
  - entspricht $T_1 = (4, 1, 4),\ T_2 = (5, 2, 5),\ T_3 = (20, 5, 20)$
  - relativer Termin und Periode jeder Aufgabe sind identisch

Aufgaben $T_1 = (4, 1),\ T_2 = (5, 2, 3),\ T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{1, 2, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

Ablaufplan



- bei beliebigen relativen Terminen arbeitet DM besser als RM
  - d.h., DM liefert zulässige Abläufe in Fällen, wo RM scheitert

Mehrdeutigkeit von Prioritäten

Anwendungsebene vs. Systemebene

Echtzeitrechensysteme unterstützen typischerweise nur eine begrenzte Anzahl von Prioritätsebenen:

- 8 im IEEE 802.5 *token ring* [7]
- 32 im alten QNX, im neuen („Neutrino“) 256 [6]
- 140 in Linux 2.5 (mit Ebenen 1–100 reserviert für Echtzeitprozesse)
- 256 in VxWorks [14] und vielen anderen Echtzeitbetriebssystemen
- implementierungsbedingter begrenzter Wertebereich: Bitfeld, `char`

Echtzeitanwendungen können jedoch mehr Prioritätsebenen benötigen, als die gegebene Systemplattform unterstützt

uneindeutige Prioritäten (engl. *nondistinct priorities*) sind die Folge

- die Anzahl unterschiedlicher (eindeutiger) Task-/Jobprioritäten übersteigt die Anzahl unterschiedlicher Prioritäten im System
- die Task-/Jobprioritäten lassen sich nicht eindeutig abbilden

Prinzip der Prioritätsabbildung

Prioritätsraster (engl. *priority grid*)

ω_n Anzahl (an eine Task/einen Job) zugewiesener Prioritäten

- $1, 2, \ldots, \omega_n$ mit 1 als höchste und ω_n als niedrigste Priorität

ω_s Anzahl der Prioritäten des Systems

- $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{\omega_s}$ mit π_k $(1 \leq k \leq \omega_s)$ im Bereich $[1, \omega_n]$
- zusätzlich gilt: $\pi_j < \pi_k$ wenn $j < k$

Menge $\{\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{\omega_s}\}$ ist Prioritätsraster Π, auf das die zugewiesenen Prioritäten wie folgt abgebildet werden:

- zugewiesene Prioritäten größer gleich π_1 auf π_1
- zugewiesene Prioritäten im Bereich $]\pi_{k-1}, \pi_k]$ auf π_k für $1 < k \leq \omega_s$

☞ die Abbildung kann gleichmäßig oder ungleichmäßig definiert sein

Abbildung durch gleichmäßige Verteilung

(engl. *uniform mapping*)

Prioritätsraster Π uniform auf den Bereich zugewiesener Prioritäten legen

- sei Q definiert als Ganzzahl $\lfloor \omega_n / \omega_s \rfloor$, dann ist die Systempriorität $\pi_k = kQ$ für $k = 1, 2, \ldots, \omega_s - 1$ und $\pi_{\omega_s} = \omega_n$
- das bedeutet für einen Block von max. Q zugewiesenen Prioritäten:
  - die ersten Q höchsten $1, 2, \ldots, Q$ werden abgebildet auf $\pi_1 = Q$
  - die nächsten Q höchsten werden abgebildet auf $\pi_2 = 2Q$
  - usw., bis alle zugewiesenen Prioritäten „gerastert“ worden sind
- Jobs werden dann gemäß ihrer Systempriorität π_k abgearbeitet

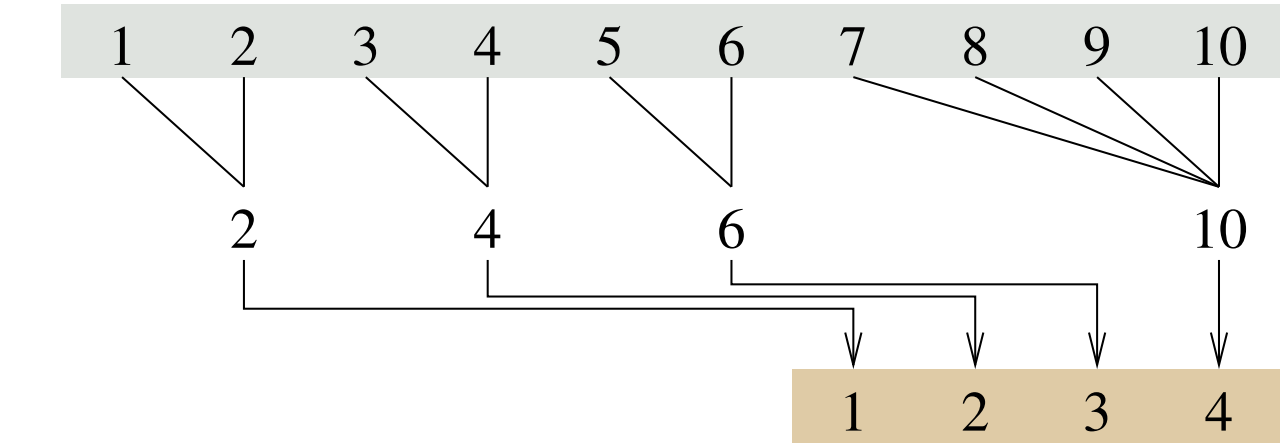
Tasks verschiedener logischer (d.h., zugewiesener) Prioritäten erhalten dieselbe physische Systempriorität, liegen auf einer Prioritätsebene

- die Jobs dieser Tasks sind einer linearen Abbildung unterworfen
- Wichtung erhalten sie durch ihre Position in der linearen Ordnung

Abbildung durch gleichmäßige Verteilung (Forts.)

Querschneidender Belang von Anwendung und System

Beispiel: 10 Tasks mit zugewiesenen Prioritäten $1, 2, \ldots, 10$ und ein System, das nur die Prioritätsebenen $1, 2, 3, 4$ unterstützt



- $[1, 2] \mapsto \pi_1 = 2$
- $[3, 4] \mapsto \pi_2 = 4$
- $[5, 6] \mapsto \pi_3 = 6$
- $[7, 10] \mapsto \pi_4 = 10$

Problem „Fairness“: Tasks höherer zugewiesener Prioritäten werden gleich behandelt wie Tasks mit niedrigeren zugewiesenen Prioritäten.

Abbildung durch ungleichmäßige Verteilung

(engl. *non-uniform mapping*)

Prioritätsraster Π derart auf den Bereich zugewiesener Prioritäten legen, so dass das Verhältnis $(\pi_{i-1}+1)/\pi_i$ für $i = 2, 3, \ldots, \omega_s$ gleich bleibt

- die Methode wird auch als *constant ratio mapping* [8] bezeichnet
- für höhere zugewiesene Prioritäten werden mehr Prioritätsebenen reserviert als für niedrigere zugewiesene Prioritäten
- resultiert in eine bessere Feinabstufung höher priorisierter Tasks

Beispiel (wie gehabt, s. Folie IV-2/12): $\omega_n = 10$, $\omega_s = 4$

- $[1,\ 1] \mapsto \pi_1 = 1$
- $[2,\ 3] \mapsto \pi_2 = 3$
- $[4,\ 6] \mapsto \pi_3 = 6$
- $[7, 10] \mapsto \pi_4 = 10$

- $(\pi_1 + 1)/\pi_2 = 2/3$
- $(\pi_2 + 1)/\pi_3 = 2/3$
- $(\pi_3 + 1)/\pi_4 \approx 2/3$

- 1:1 $\mapsto$ Ebene 1
- 2:1 $\mapsto$ Ebene 2
- 3:1 $\mapsto$ Ebene 3
- 4:1 $\mapsto$ Ebene 4

EDF — *Earliest Deadline First*

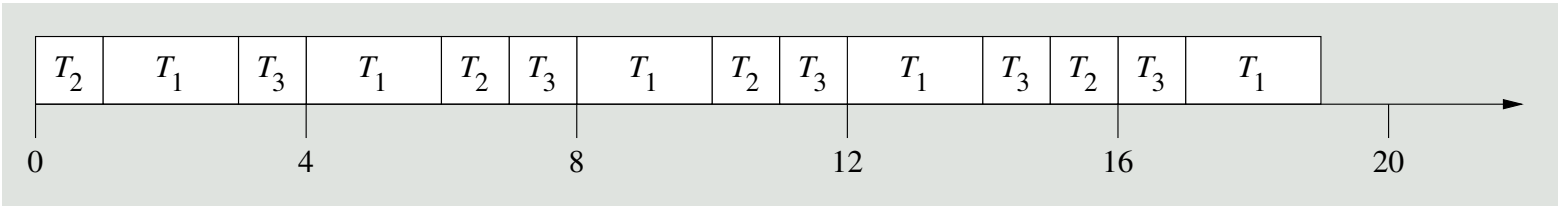
Ordnet Arbeitsaufträge nach ihrem absoluten Termin

- je näher der absolute Termin, umso höher die Priorität
- verschiedene Jobs derselben Aufgabe mit unterschiedlicher Priorität

Aufgaben $T_1 = (4, 2),\ T_2 = (5, 1, 3),\ T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

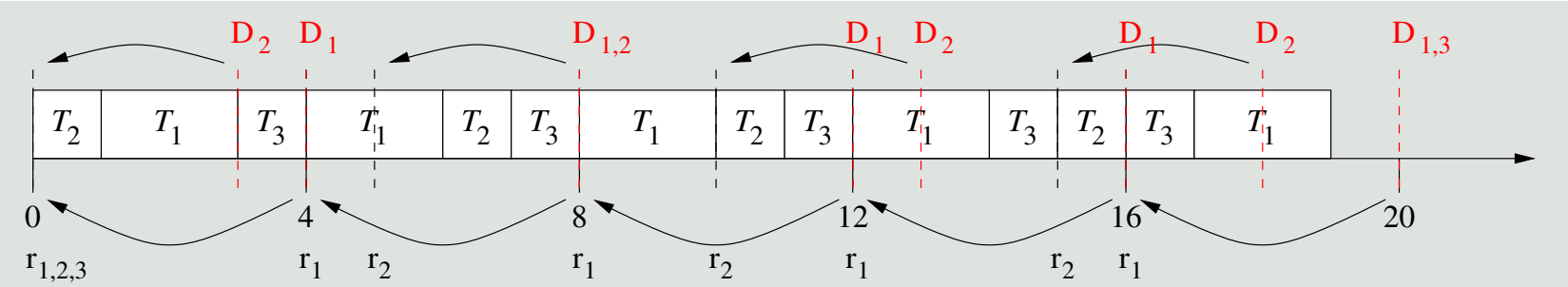
Ablaufplan



- Arbeitsaufträge werden möglichst auslösezeitnah gestartet
  - lässt den Prozessor nicht untätig, wenn ausführbereite Jobs anstehen

EDF — *Earliest Deadline First* (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 2),\ T_2 = (5, 1, 3),\ T_3 = (20, 5)$



$T_1 = (4, 2)$

- t_0 Auslösung, $D_1 = 4$
- t_1 Start – t_3 Ende
- t_4 Auslösung, $D_1 = 8$, Start
- t_6 Ende
- t_8 Auslösung, $D_1 = 12$, Start
- t_{10} Ende
- t_{12} Auslösung, $D_1 = 16$, Start
- t_{14} Ende
- t_{16} Auslösung, $D_1 = 20$
- t_{17} Start – t_{19} Ende

$T_2 = (5, 1, 3)$

- t_0 Auslösung, $D_2 = 3$, Start
- t_1 Ende
- t_5 Auslösung, $D_2 = 8$
- t_6 Start – t_7 Ende
- t_{10} Auslösung, $D_2 = 13$, Start
- t_{11} Ende
- t_{15} Auslösung, $D_2 = 18$, Start
- t_{16} Ende

$T_3 = (20, 5)$

- t_0 Auslösung, $D_3 = 20$
- t_3 Start – t_4 Verdrängung
- t_7 Fortsetzung
- t_8 Verdrängung
- t_{11} Fortsetzung
- t_{12} Verdrängung
- t_{14} Fortsetzung
- t_{15} Verdrängung
- t_{16} Fortsetzung
- t_{17} Ende

LRT — *Latest Release-Time First*

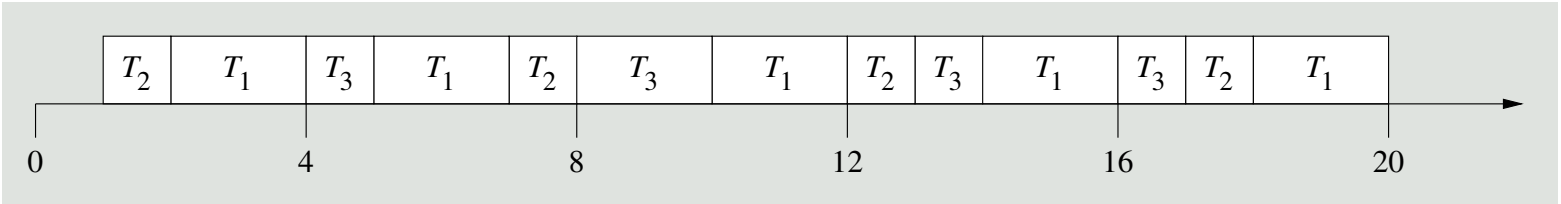
EDF umgekehrt $\rightsquigarrow$ Arbeitsaufträge werden „rückwärts“ eingeplant

- Auslösezeiten sind Termine bzw. Termine sind Auslösezeiten

Aufgaben $T_1 = (4, 2),\ T_2 = (5, 1, 3),\ T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

Ablaufplan



- Arbeitsaufträge werden möglichst terminnah erfüllt
  - lässt den Prozessor ggf. untätig trotz ausführbereiter Jobs
    - schiebt Jobs mit harten Echtzeitbedingungen nach hinten
    - schafft vorne Spiel für Jobs mit weichen/festen Echtzeitbedingungen

LST — *Least Slack-Time First*

auch: *Minimum Laxity First*, MLF

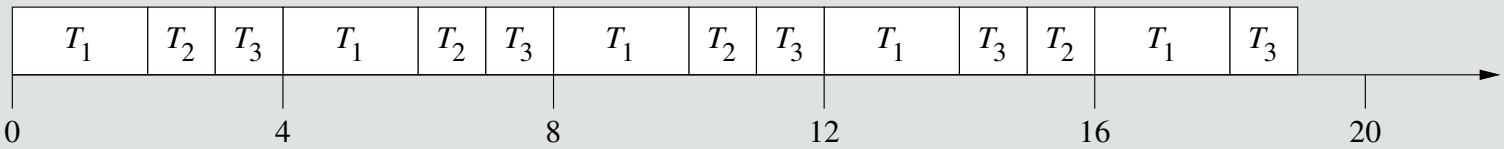
Schlupfzeit zum Zeitpunkt t

$$slack(J_i, t) = r_i + D_i - t - maturity(J_i, t)$$
$$maturity(J_i, t) = e_i - elapsed\ time(J_i, t)$$

Aufgaben $T_1 = (4, 2),\ T_2 = (5, 1, 3),\ T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

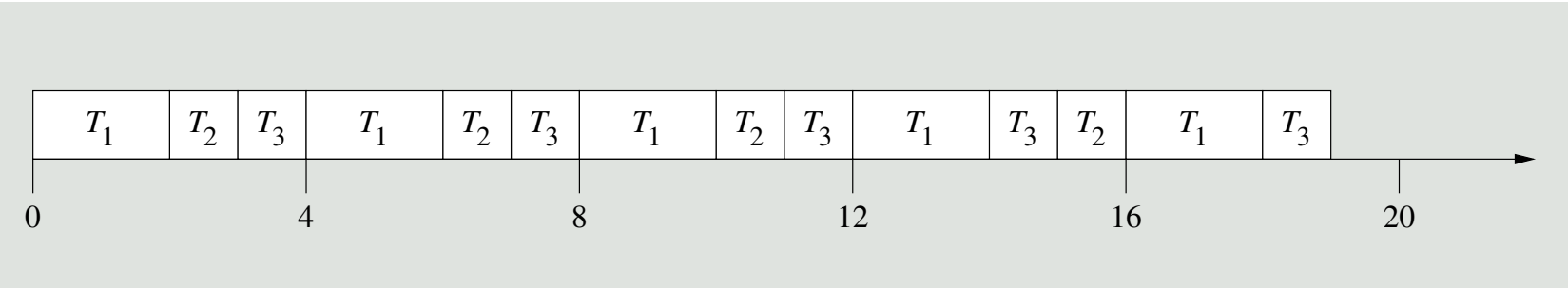
Ablaufplan



- benötigt Ausführungszeiten und Termine der Arbeitsaufträge
- Arbeitsaufträge werden möglichst auslösezeitnah gestartet
  - lässt den Prozessor nicht untätig, wenn ausführbereite Jobs anstehen

LST — *Least Slack-Time First* (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 2),\ T_2 = (5, 1, 3),\ T_3 = (20, 5)$



	$J_{1,x}$			$J_{2,x}$			$J_{3,x}$		
	Job	Slack	maturity	Job	slack	maturity	Job	slack	maturity
t_0	$J_{1,1}$	2	0	$J_{2,1}$	2	0		15	0
t_4	$J_{1,2}$	2	0	-	-	-		12	1
t_5		1	1	$J_{2,2}$	2	0		11	1
t_8	$J_{1,3}$	2	0	-	-	-		9	2
t_{10}	-	-	-	$J_{2,3}$	2	0	$J_{3,1}$	7	2
t_{12}	$J_{1,4}$	2	0	-	-	-		6	3
t_{15}	-	-	-	$J_{2,4}$	2	0		4	4
t_{16}	$J_{1,5}$	2	0	-	-	-		3	4
t_{18}	-	-	-	-	-	-		1	4

Gliederung

Optimalität des RM-Algorithmus

Der RM-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

- synchron sind (d.h. $\phi_i = 0$) und
- die Voraussetzungen A1 - A7 erfüllen (s. Folie IV-1/10).

Beweisidee (Baruah [1])

- gegeben sei ein System mit den Aufgaben $\{T_1, T_2, T_3, \ldots\ T_n\}$
- mit Prioritäten $T_1 \succ T_2 \succ \ldots \succ T_n$ (nicht RM-konform)
- erzeuge einen zulässigen Ablaufplan
- Prioritäten können hinsichtlich RM umgeformt werden[1]
- ohne die Zulässigkeit des Ablaufplans zu zerstören

[1] Man kann die Prioritäten zweier Aufgaben T_1 und T_2, die das RM-Schema verletzen (für die also $T_1 \succ T_2$ gilt, obwohl $p_1 > p_2$), tauschen, ohne dabei die Zulässigkeit des Systems zu zerstören.

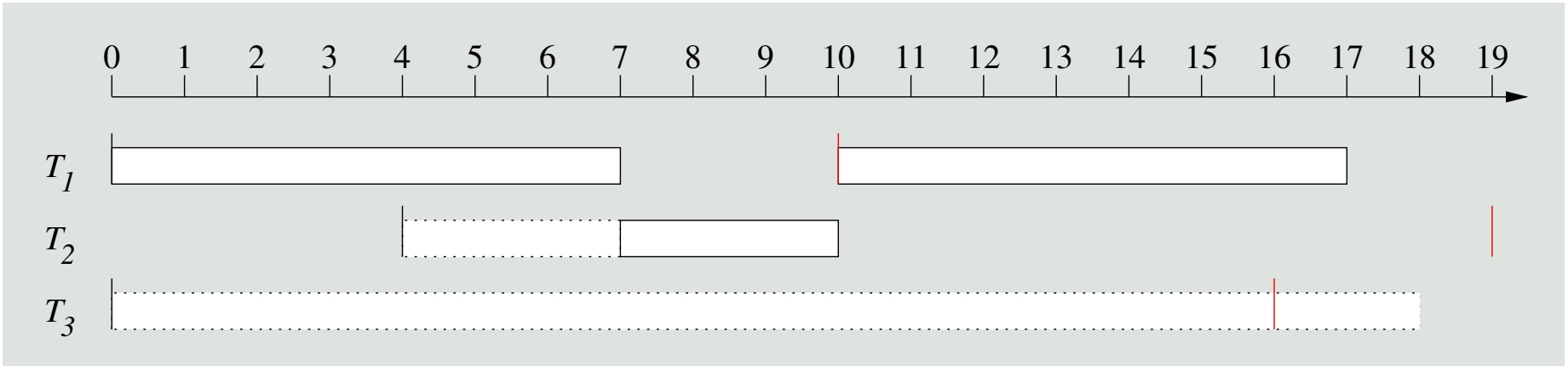
Nichtoptimalität des RM-Algorithmus

Der RM-Algorithmus ist nicht optimal für Systeme, deren Aufgaben

- asynchron sind (d.h. $\exists \phi_i > 0$) und
- die Voraussetzungen A1 - A7 erfüllen.

Beweis (Baruah [1])

- Betrachte $T_1 = (10, 7, 10, 0)$, $T_2 = (15, 3, 15, 4)$, $T_3 = (16, 1, 16, 0)$
- RM: $T_1 \succ T_2 \succ T_3$



- T_3 verpasst bei t_{16} seinen Termin
- $T_1 \succ T_3 \succ T_2$ würde funktionieren

Optimalität des DM-Algorithmus

Der DM-Algorithmus ist optimal für System, deren Aufgaben

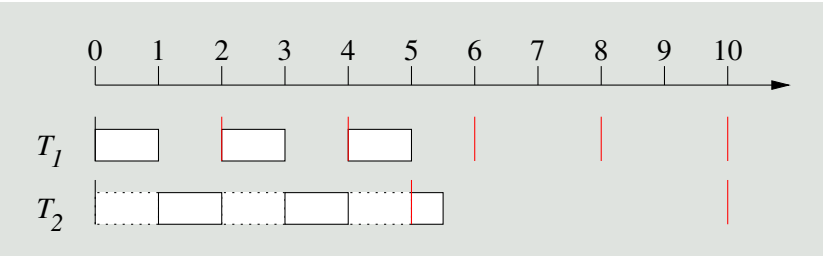
- synchron sind,
- die Voraussetzungen A1, A2, sowie A4 - A7 einhalten und
- für deren Termine $D_i \leq p_i$ gilt.

Beweisidee (Baruah [1])

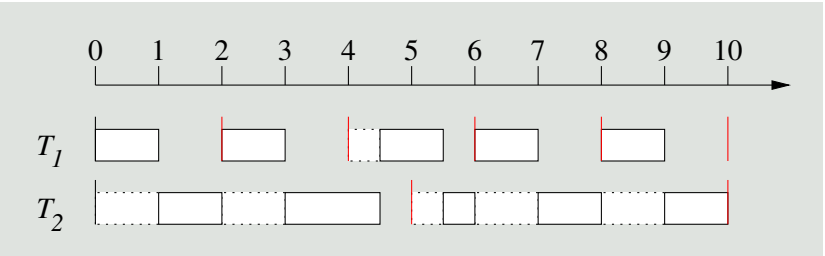
- Analog zum RM-Algorithmus

Nichtoptimalität statischer Prioritäten

- betrachte $T_1 = (2, 1)$ und $T_2 = (5, 2.5)$
- sei $T_1 \succ T_2$



t_5 T_2 verpasst Termin



t_4 $T_2 \succ T_1$

t_{10} Hyperperiode

- vor dem Zeitpunkt t_4 müsste gelten $T_1 \succ T_2$
- zum Zeitpunkt t_4 müsste gelten $T_2 \succ T_1$

☞ Widerspruch zur statischen Vergabe von Prioritäten

Optimalität des EDF-Algorithmus

Der EDF-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

- beliebige Auslösezeiten
  - sporadisch/periodisch
  - synchron/asynchron

  und
- beliebige Deadlines
  - länger oder
  - kürzer als die entsprechende Periode

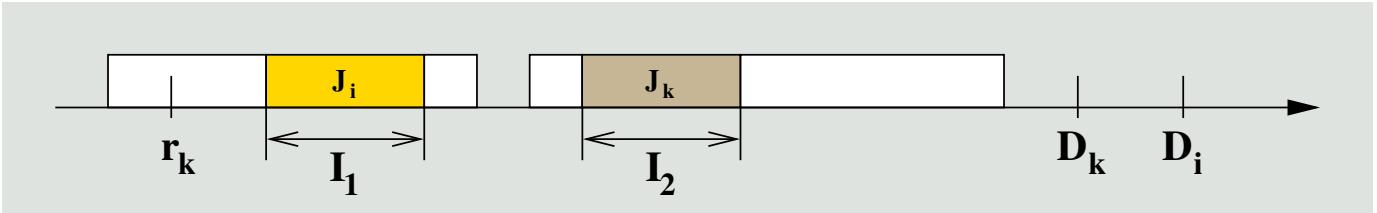
  besitzen, sowie
- die Voraussetzungen A2 und A4 - A7 erfüllen.

Beweis (Liu [10, S. 67])

- Jeder zulässige Ablaufplan für solche Systeme
- lässt sich in einen EDF-Ablaufplan umformen.

EDF: Ablaufplanherleitung durch Umformung

Gegeben sei folgender Ablaufplan:



- betrachte alle Paare von Arbeitsaufträgen J_i und J_k
- Arbeitsauftrag J_i wird im Intervall I_1, J_k im Intervall I_2 eingeplant
- der Termin von J_k sei vor dem Termin von J_i: $D_k < D_i$
- das Intervall I_1 liegt komplett vor I_2: $I_1 < I_2$

Fall 1: $r_k > I_1$

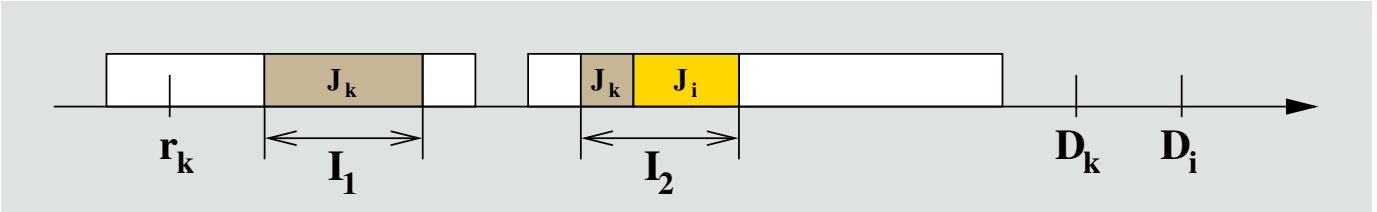
- J_k kann nicht in I_1 eingeplant werden
- der Ablaufplan hat bereits EDF-Form

EDF: Ablaufplanherleitung durch Umformung (Forts.)

Fall 2: $r_k < I_1$ *ohne Beschränkung der Allgemeinheit*

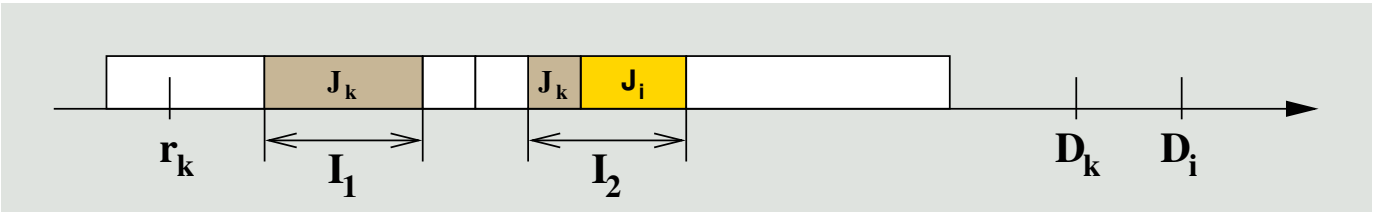
1. tausche J_i und J_k

   Fall 2a: $d(I_1) < d(I_2)$ J_k passend stückeln (Verdrängung!)



   Fall 2b: $d(I_1) \geq d(I_2)$ trivial

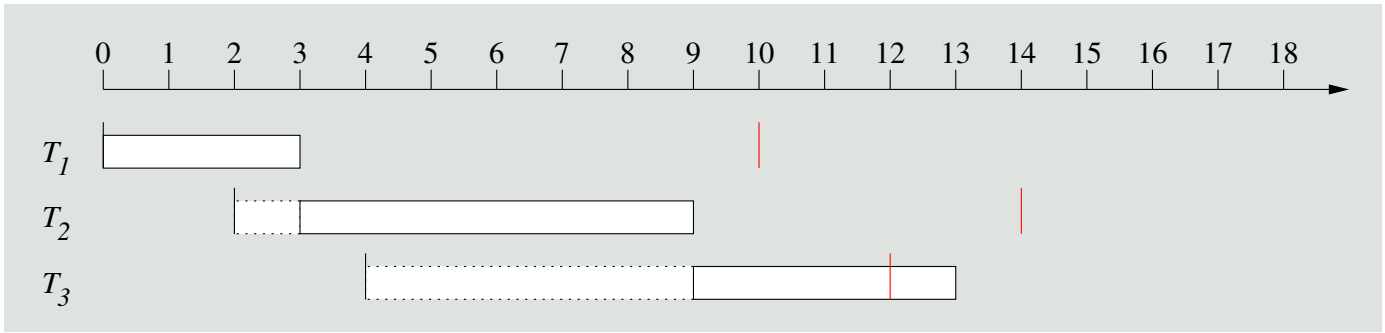
2. verbliebene Ruheintervalle durch Verschiebung von Arbeitsaufträgen auffüllen



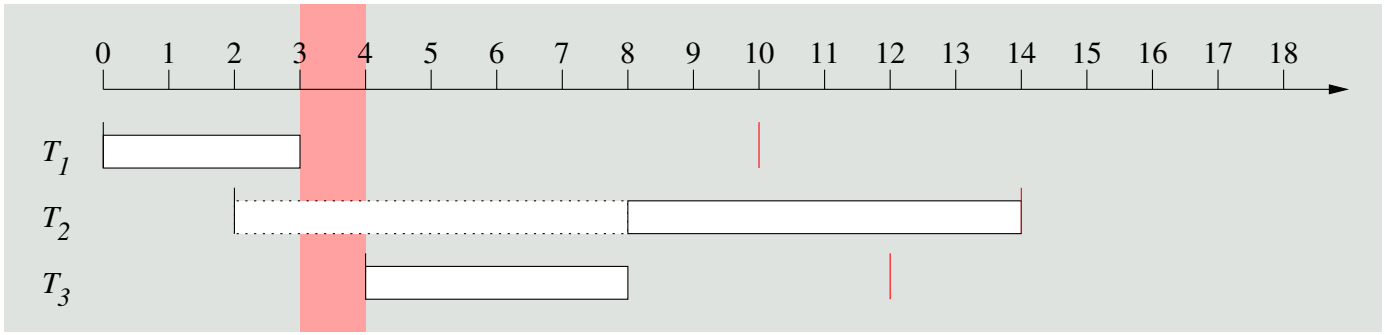
Nichtoptimalität ereignisgesteuerter Ablaufplanung

Beliebige (in diesem Fall nicht-verdrängbare) Aufgaben

- betrachte $T_1 = (10, 3, 10, 0)$, $T_2 = (14, 6, 12, 2)$, $T_3 = (12, 4, 8, 4)$
- EDF versagt bei diesem System



- obwohl ein zulässiger Ablaufplan existiert



- dieser lässt allerdings den Prozessor kurz untätig

☞ Der Plan wird von keinem vorranggesteuerten Algorithmus gefunden!

Gliederung

Aufgabenstellung

Gegeben sei eine Menge periodischer Aufgaben $T_i = (p_i, e_i, D_i, \phi_i)$ mit

- p_i der Periode
- e_i der maximalen Ausführungszeit
- D_i dem relativen Termin
- ϕ_i der Phase

der jeweiligen Aufgabe.

Fragestellung:

Ist diese Menge von Aufgaben zulässig?

Planbarkeitsanalyse

Verschiedene Analysemethoden stehen zur Auswahl

CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)

- Zu welchem Prozentsatz wird der Prozessor maximal beansprucht?
- bevorzugte Methode für dynamische Prioritäten

Zeitbedarfsanalyse (engl. *processor demand*) $\rightsquigarrow$ Eigenstudium

- Wieviel Rechenzeit wird innerhalb eines Zeitintervalls benötigt?
- neuere Methode für dynamische Prioritäten

Antwortzeitanalyse (engl. *response time analysis*)

- Wie lange benötigt eine Aufgabe maximal bis zur Fertigstellung?
- präzise Methode für statische Prioritäten

Simulation (engl. *simulation*) $\rightsquigarrow$ Eigenstudium

- Wird in einem bestimmten Intervall eine Deadline verfehlt?
- bevorzugte Methode für statische Prioritäten

CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)

Die CPU-Auslastung $u_{[t_1,t_2[}$ einer Menge von Arbeitsaufträgen während eines Intervalls $[t_1, t_2[$, ist der Anteil des Rechenzeitbedarfs $h_{[t_1,t_2[}$, der nötig ist, um diese Arbeitsaufträge auszuführen:

$$u_{[t_1,t_2[} = \frac{h_{[t_1,t_2[}}{t_2 - t_1}$$

Für eine Aussage über die Zulässigkeit einer Menge von Aufgaben T ist die absolute CPU-Auslastung (engl. *absolute loading factor*) von Bedeutung.

Dies ist die

- maximale CPU-Auslastung
- über alle Intervalle $[t_1, t_2[$

$$u = \max_{0 \le t_1 < t_2} u_{[t_1,t_2[}$$

Rechenzeitbedarf (engl. *processor demand*)

Rechenzeitbedarf einer Menge von Aufgaben T im Zeitintervall $[t_1, t_2[$:

$$h_{[t_1,t_2[} = \sum_{t_1 \leq r_k, D_k \leq t_2} e_k$$

Das ist die maximale Ausführungszeit aller Arbeitsaufträge, deren

- Auslösezeitpunkt und
- absoluter Termin

innerhalb dieses Intervalls liegt.

Zulässigkeitstest für EDF

Liu und Layland [9]

Für jede Menge von n synchronen, periodischen Aufgaben, die den Kriterien A1 - A7 entsprechen, findet der EDF Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, **gdw** für die CPU-Auslastung gilt:

$$U = \sum_{i=1}^{n} u_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{p_i} \leq 1$$

- Coffman zeigt dies auch für asynchrone Aufgaben [5]
- schließlich zeigt Spuri [13] die „Optimalität“ des EDF-Algorithmus
  - Aufgaben wie oben
  - synchron oder asynchron
  - Kriterium: $U \leq 1$
- analoge Tests existieren auch für RMA und DMA [10, S. 146]

Ablaufplanungsprobleme und ihre Berechnungskomplexität

Systeme, die den Bedingungen A1 - A7 genügen, sind in polynomieller Zeit analysierbar. Die Lockerung dieser Einschränkungen haben jedoch tiefgreifende Konsequenzen:

- verzichtet man auf A3 $\rightsquigarrow$ stark $\mathcal{NP}$-hart (Baruah [2])
  - Termine sind kürzer als die Perioden der Aufgaben.
- verzichtet man auf A4 $\rightsquigarrow$ stark $\mathcal{NP}$-hart (Richard [12])
  - Aufgaben legen sich schlafen (engl. *self-suspension*).
- verzichtet man auf A5 $\rightsquigarrow$ stark $\mathcal{NP}$-hart (Mok [11])
  - Der gegenseitige Ausschluss wird durch Semaphore gesichert.
- verzichtet man auf A7 $\rightsquigarrow$ stark $\mathcal{NP}$-hart (Cai [4])
  - Harmonische, periodische Aufgaben sind nicht verdrängbar.

☞ Dies hat auch Auswirkungen auf die Zulässigkeitstests!

Beliebige Termine und Perioden

Bedingung A3 (S. IV-1/10) soll gelockert werden

$D_i \geq p_i$

- die Kriterien von Layland/Liu und Coffman gelten nach wie vor [3]
- diese Kriterien sind notwendig und hinreichend

$D_i < p_i$

Baruah [3]

Für eine hybride Menge von n Aufgaben T, findet der EDF-Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, wenn gilt:

$$U = \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{min\{D_i, p_i\}} \leq 1$$

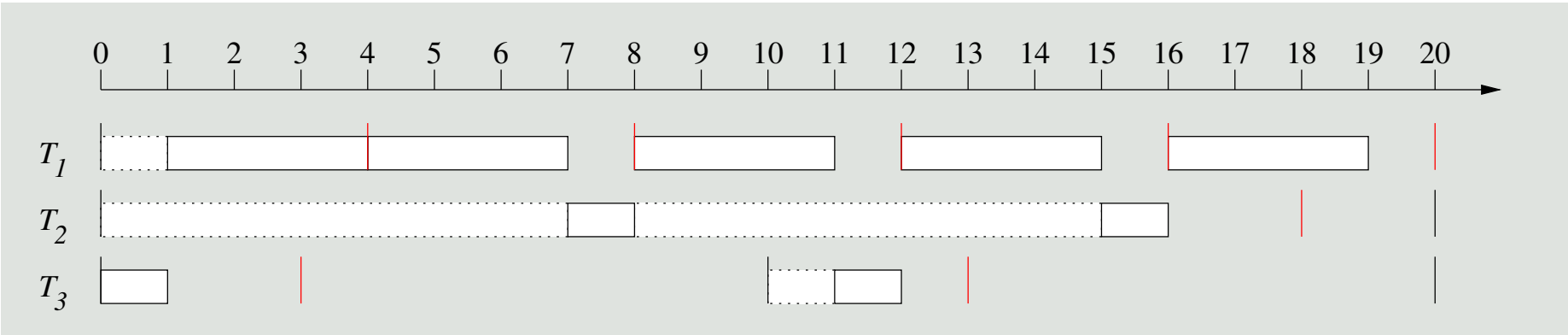
- hybride Menge von Aufgaben: periodische und sporadische Aufgaben
- diese Kriterium ist nur hinreichend!

Dieser Test ist pessimistisch ...

Betrachte folgende Aufgaben:
$T_1 = (4, 3, 4, 0),\ T_2 = (20, 2, 18, 0),\ T_3 = (10, 1, 3, 0)$

- $\sum_i \frac{e_i}{min\{D_i, p_i\}} = \frac{3}{4} + \frac{2}{18} + \frac{1}{3} = \frac{43}{36} > 1$
- das System ist laut des Tests (s. Folie IV-2/35) nicht zulässig!

EDF findet jedoch einen zulässigen Ablaufplan:



Maximierung des Rechenzeitbedarfs

- hybrides System $\rightsquigarrow$ entsprechendes synchrones, periodisches System
  - alle sporadischen Aufgaben
    - haben Phase $\phi_i = 0$
    - treten mit ihrer maximalen Frequenz auf
- der Rechenzeitbedarf solcher Systeme ist im Intervall $[0, t[$ maximal
  - man kann zeigen: $\forall t_1, t_2 : h_{[t_1,t_2[} \leq h_{[0,t_2-t_1[}$
- der Rechenzeitbedarf im Intervall $[0, t[$ ist:

$$h(t) = \sum_{D_i \leq t} (1 + \left\lfloor \frac{t - D_i}{p_i} \right\rfloor) e_i$$

  - alle Arbeitsaufträge, die vor t beendet sein müssen
  - multipliziert mit der maximalen Anzahl ihrer Aktivierungen

Zulässigkeitstest

Der EDF-Algorithmus, erzeugt für jede hybride Menge von Aufgaben einen zulässigen Ablaufplan, **gdw**:

$$\forall t : h(t) \leq t$$

- entspricht direkt dem Satz von Spuri (S. Folie IV-2/33)
- ist als Kriterium aber so nicht brauchbar
  - schließlich gibt es unendlich viele Intervalle $[0, t[$
  - alle zu überprüfen ist einfach unmöglich

☞ Einschränkung der zu überprüfenden Intervalle

Tätigkeitsintervalle

Liu und Layland [9]

Kann der EDF-Algorithmus für eine Menge periodischer Aufgaben keinen zulässigen Ablaufplan finden, so wird ein Termin im ersten Tätigkeitsintervall verpasst.

- innerhalb eines Tätigkeitsinterval ist der Prozessor nie untätig
  - eine Phase kontinuierlicher Prozessorauslastung
- diese Eigenschaft wurde später auch gezeigt für
  - Mengen synchroner, periodischer Aufgaben mit $D_i \leq p_i$ und
  - generische Mengen synchroner, periodischer Aufgaben
- sei L nun die Länge des ersten Tätigkeitsintervalls
  - die maximale Länge des zu prüfenden Intervalls ist nun beschränkt
- $h(t) \leq t$ muss nicht für alle Zeitpunkte in $[0, t[$ geprüft werden
  - $\{e_1, e_2, \ldots\} = mp_i + D_i; i = 1 \ldots n, m = 0, 1, \ldots$
  - wobei alle $e_i < L$ genügen
  - Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung eines Arbeitsauftrags

Ansatz

Antwortzeit ω_i

- Zeitdauer zwischen Auslösezeit und Terminationszeitpunkt (s. Folie III-2/28)

Idee

- Terminationszeitpunkt vor dem absoluten Termin
- Antwortzeit ω_i kürzer als der relative Termin D_i
  - für jeden Job J_i in der Aufgabe $T_i : \omega_i \leq D_i$

Voraussetzungen

- Bedingungen A1 - A7 müssen eingehalten werden
- Konzept ist jedoch erweiterbar

Probleme

- Wie berechnet man die Antwortzeit?
- Wann wird die maximale Antwortzeit erreicht?

Berechnung der Antwortzeit

- die Antwortzeit ω_i der Aufgabe T_i berechnet sich zu

$$\omega_i(t) = e_i + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{t}{p_k} \right\rceil e_k; 0 < t \leq p_i$$

  - die Aufgabe endet, bevor das Ereignis erneut eintritt
  - setzt sich zusammen, aus
    - der WCET e_i von T_i selbst und
    - den WCETs $e_1, \ldots, e_{i-1}$ der Aufgaben $T_1, \ldots, T_{i-1}$ höherer Priorität

  $\rightsquigarrow$ T_i wird wiederholt von $T_1, \ldots, T_{i-1}$ verdrängt

- zu prüfen ist nun $\omega_i(t) \leq t$

  $t = jp_k; \quad k = 1, 2, \ldots, i; \quad j = 1, 2, \ldots, \lfloor \min(p_i, D_i)/p_k \rfloor$

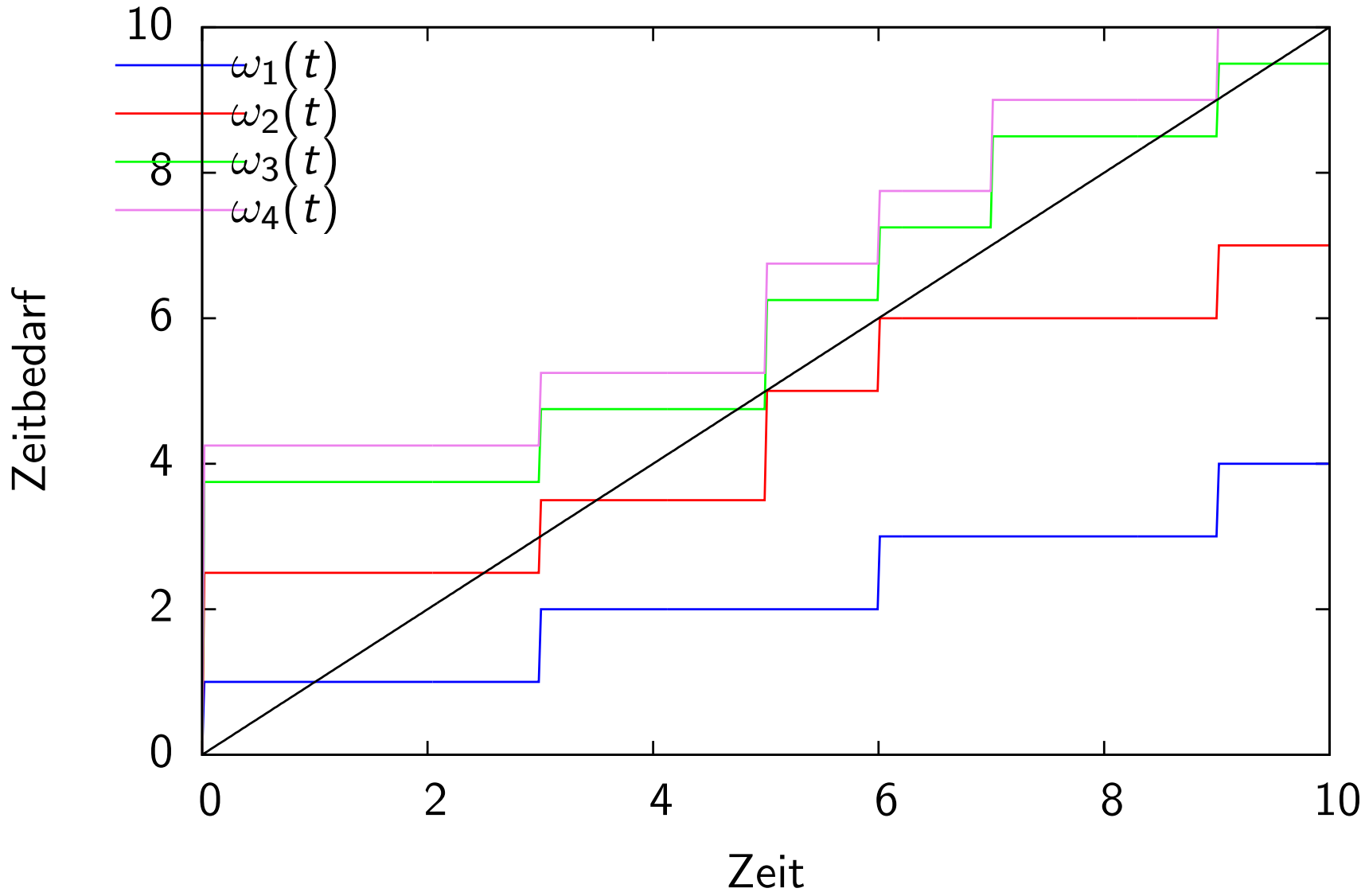
  - Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung dringlicherer Aufgaben
  - bis das Ereignis erneut eintritt/der Termin der Aufgabe erreicht ist
  - ist die Ungleichung für einen Zeitpunkt t erfüllt, ist T_i zulässig

Beispiel: Berechnung der maximalen Antwortzeit

Aufgaben: $T_1 = (3, 1, 3, \phi_1)$, $T_2 = (5, 1.5, 5, \phi_2)$, $T_3 = (7, 1.25, 7, \phi_3)$, $T_4 = (9, 0.5, 9, \phi_4)$

- Antwortzeit ω_1 von T_1
  - $\omega_1(3) = 1 \leq 3 \rightsquigarrow$ zulässig
- Antwortzeit ω_2 von T_2
  - $\omega_2(3) = 1.5 + \left\lceil \frac{3}{3} \right\rceil 1 = 2.5 \leq 3 \rightsquigarrow$ zulässig
- Antwortzeit ω_3 von T_3
  - $\omega_3(3) = 1.25 + \left\lceil \frac{3}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{3}{5} \right\rceil 1.5 = 3.75 > 3$
  - $\omega_3(5) = 1.25 + \left\lceil \frac{5}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{5}{5} \right\rceil 1.5 = 4.75 \leq 5 \rightsquigarrow$ zulässig
- Antwortzeit ω_4 von T_4
  - $\omega_4(3) = 0.5 + \left\lceil \frac{3}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{3}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{3}{7} \right\rceil 1.25 = 4.25 > 3$
  - $\omega_4(5) = 0.5 + \left\lceil \frac{5}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{5}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{5}{7} \right\rceil 1.25 = 5.25 > 5$
  - $\omega_4(6) = 0.5 + \left\lceil \frac{6}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{6}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{6}{7} \right\rceil 1.25 = 6.75 > 6$
  - $\omega_4(7) = 0.5 + \left\lceil \frac{7}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{7}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{7}{7} \right\rceil 1.25 = 7.75 > 7$
  - $\omega_4(9) = 0.5 + \left\lceil \frac{9}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{9}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{9}{7} \right\rceil 1.25 = 9.00 \leq 9 \rightsquigarrow$ zulässig

Zeitbedarfsfunktionen der Aufgaben T_1, T_2, T_3 und T_4



Wann wird die Antwortzeit maximal?

- kritischer Zeitpunkt (engl. *critical instant*) $\rightsquigarrow$ maximale Antwortzeit
  - Auslösung eines Arbeitsauftrags an seinem kritischen Zeitpunkt
- der an seinem kritischen Zeitpunkt ausgelöste Job J_i einer Task T_i
  - $\rightsquigarrow$ hat die maximale Antwortzeit aller Jobs in T_i
    - falls diese ihre Termine einhalten
  - $\rightsquigarrow$ verpasst seinen Termin
    - falls irgendein Arbeitsauftrag in T_i seinen Termin verpasst
- Systeme mit statischen Prioritäten
  - Liu und Layland [9]: ein kritischer Zeitpunkt liegt vor,
  - $\rightsquigarrow$ falls zusammen mit einem Arbeitsauftrag der Aufgabe T_i
  - $\rightsquigarrow$ Jobs aller Aufgaben höherer Priorität $T_1, \ldots, T_{i-1}$ ausgelöst werden
- In Systemen mit dynamischen Prioritäten
  - lässt sich ein solcher kritischer Zeitpunkt nicht identifizieren,
  - weshalb die Antwortzeitanalyse hier ungeeignet ist.

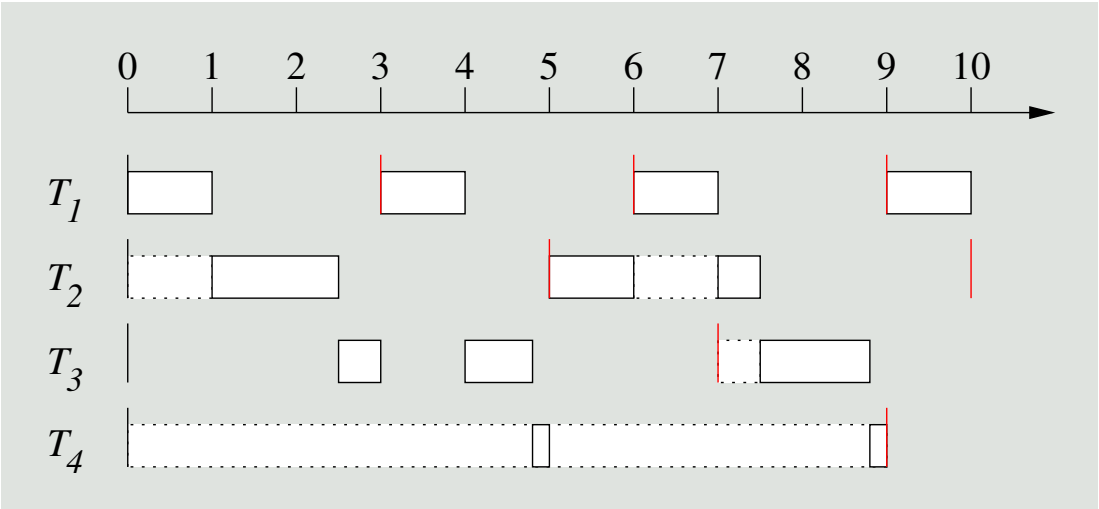
Simulation

Vorteil
- Analysemethoden: komplex und schwer verständlich
- Planungsalgorithmen: relativ einfach
- Konstruktion eines Ablaufplans!

Voraussetzung
- Simulation muss den *worst case* treffen

Lösung
- Simulation muss am kritischen Zeitpunkt beginnen

Vergleiche Beispiel auf s. Folie IV-2/42



☞ Methode, die in vielen industriellen Werkzeugen vorzufinden ist

Relative Planbarkeit

Einfluss der Anzahl von Systemprioritäten auf die Planbarkeit eines Systems

Verschlechterung der Planbarkeit ist zu erwarten, wenn insgesamt zu wenig Systemprioritäten zur Verfügung stehen, d.h., wenn gilt: $\omega_n > \omega_s$

- sei g das Minimum von Verhältniswerten des Prioritätsrasters
  - d.h., $g = \min_{2 \leq i \leq \omega_s}(\pi_{i-1} + 1)/\pi_i$ (s. Folie IV-2/13)
- im Falle von RM für große n und $D_i = p_i$ für alle i wurde gezeigt [8], dass für die planbare Auslastung (engl. *schedulable utilization*) gilt:

  $$\begin{cases} ln(2g) + 1 - g & \text{falls } g > 1/2 \\ g & \text{falls } g \leq 1/2 \end{cases}$$

- das Verhältnis dieser Auslastung zu $ln(2)$ ist ein Maß für die relative Planbarkeit des gegebenen Systems

Beispiel: 100 000 Tasks (evtl. noch vielmehr Jobs), d.h., $\omega_n = 100\,000$

- die relative Planbarkeit bei $\omega_s = 256$ ist gleich 0.9986

☞ RM: für komplexeste Tasksysteme reichen schon 256 Prioritätsebenen

Gliederung

Resümee

Ablaufplanung gebräuchliche, ereignisgesteuerte Verfahren

- statische Prioritäten $\leadsto$ RM, DM
  - Prioritätsabbildung im Falle nicht ausreichender Systemprioritäten
- dynamische Prioritäten $\leadsto$ EDF

Optimalität und Nichtoptimalität von RM, DM und EDF

- Hängt von den Eigenschaften der betrachteten Aufgaben ab
- Nichtoptimalität von statischen Prioritäten und Ereignissteuerung

Planbarkeitsanalyse ereignisgesteuerter Ablaufplanungsverfahren

- maximalen, kumulativen CPU-Auslastung und Antwortzeitanalyse
- relative Planbarkeit im Falle nicht ausreichender Systemprioritäten

Literaturverzeichnis

[1] *Kapitel* 28.
In: Baruah, S. ; Goossens, J. :
Scheduling Real-time Tasks: Algorithms and Complexity.
Chapman & Hall/CRC, 2004 (Computer and Information Science series)

[2] Baruah, S. K. ; Rosier, L. E. ; Howell, R. R.:
Algorithms and complexity concerning the preemptive scheduling of periodic, real-time tasks on one processor.
In: *Real-Time Systems Journal* 2 (1990), Nr. 4, S. 301–324.
http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1007/BF01995675. –
DOI http://dx.doi.org/10.1007/BF01995675. –
ISSN 0922–6443

[3] Baruah, S. ; Mok, A. ; Rosier, L. :
Preemptively scheduling hard-real-time sporadic tasks on one processor.
(1990), Dez., S. 182–190.
http://dx.doi.org/10.1109/REAL.1990.128746. –
DOI 10.1109/REAL.1990.128746

[4] Cai, Y. ; Kong, M. C.:
Nonpreemptive Scheduling of Periodic Tasks in Uni- and Multiprocessor Systems.
In: *Algorithmica* 15 (1996), Nr. 6, S. 572–599

Literaturverzeichnis (Forts.)

[5] Coffman, E. G.:
Computer and Job-shop Scheduling Theory.
John Wiley & Sons Inc, 1976. –
ISBN 978–0471163190

[6] Hildebrand, D. :
An Architectural Overview of QNX.
In: *Proceedings of the USENIX Workshop on Microkernels and Other Kernel Architectures*.
Seattle, WA, USA, Apr. 27–28, 1992, S. 113–126

[7] IEEE Standard 802.5:
Token Ring Access Method and Physical Layer Specification.
IEEE, New York, 1989

[8] Lehoczky, J. P. ; Sha, L. :
Performance of Real-Time Bus Scheduling Algorithms.
In: *ACM Performance Evaluation Review* 14 (1986), Mai, Nr. 1, S. 44–55

Literaturverzeichnis (Forts.)

[9] Liu, C. L. ; Layland, J. W.:
Scheduling Algorithms for Multiprogramming in a Hard-Real-Time Environment.
In: *Journal of the ACM* 20 (1973), Nr. 1, S. 46–61.
http://dx.doi.org/http://doi.acm.org/10.1145/321738.321743. –
DOI http://doi.acm.org/10.1145/321738.321743. –
ISSN 0004–5411

[10] Liu, J. W. S.:
Real-Time Systems.
Prentice-Hall, Inc., 2000. –
ISBN 0–13–099651–3

[11] Mok, A. K.:
Fundamental design problems of distributed systems for the hard real-time environment,
MIT, Diss., 1983

[12] Richard, P. :
On the complexity of scheduling real-time tasks with self-suspensions on one processor.
In: *Proceedings. 15th Euromicro Conference on Real-Time Systems (ECRTS 2003)* (2003), Jul., S. 187–194

Literaturverzeichnis (Forts.)

[13] Spuri, M. :
Earliest Deadline Scheduling in Real-Time Systems, Scuola Superiore S. Anna, Pisa, Dissertation, 1996

[14] Wind River Systems, Inc.:
Wind River Homepage.
http://www.windriver.com,