

# Echtzeitsysteme

## Zeitliche Analyse von Echtzeitanwendungen

**Peter Ulbrich**

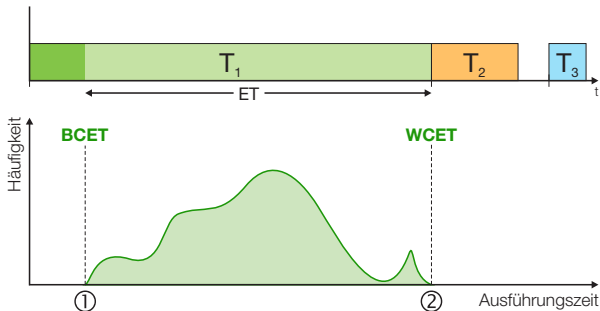
Lehrstuhl für Verteilte Systeme und Betriebssysteme  
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

<https://www4.cs.fau.de>

04. November 2015



# Die maximalen Ausführungszeit



- Alle sprechen von der **maximalen Ausführungszeit**
  - Worst-Case Execution Time (**WCET**)  $e_i$  (vgl. III-2/26)  
→ Unabdingbares Maß für **zulässigen Ablaufplan** (vgl. III-2/31)
- Tatsächliche Ausführungszeit bewegt sich zwischen:
  - 1 bestmöglicher Ausführungszeit (Best-Case Execution Time, **BCET**)
  - 2 schlechtest möglicher Ausführungszeit (besagter **WCET**)



## 1 Problemstellung

## 2 Messbasierte WCET-Analyse

## 3 Statische WCET-Analyse

- Problemstellung
- Timing Schema
- Implicit Path Enumeration Technique

## 4 Hardware-Analyse

- Die Maschinenprogrammzebene
- Cache-Analyse
- Werkzeugunterstützung

## 5 Zusammenfassung



# Bestimmung der WCET – eine Herausforderung

Wovon hängt die maximale Ausführungszeit ab?

## Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {
    int i,j;
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {
        for (j = 0; j < i; ++j) {
            if(a[j] > a[j+1]) {
                swap(&a[j],&a[j+1]);
            }
        }
    }
    return;
}
```

## Programmiersprachenebene:

- Anzahl der Schleifendurchläufe hängt von der Größe des Feldes a[] ab
- Anzahl der Vertauschungen (swap) hängt von dessen Inhalt
- ⚠ **Exakte Vorhersage ist kaum möglich**
  - Größe und Inhalt von a[] kann zur Laufzeit variieren
  - Welches ist der **längste Pfad**?

## ■ Maschinenprogrammenebene:

- Ausführungsdauer der **Elementaroperationen** (ADD, LOAD, ...)
- ⚠ **Prozessorabhängig** und für moderne Prozessoren sehr schwierig
  - Cache ~> Liegt die Instruktion/das Datum im schnellen Cache?
  - Pipeline ~> Wie ist der Zustand der Pipeline an einer Instruktion?
  - Out-of-Order-Execution, Branch-Prediction, Hyper-Threading, ...



# Ausführungszeit von Elementaroperationen

Die Crux mit der Hardware

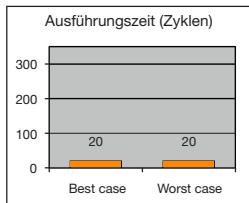


Ausführungszeit von Elementaroperationen ist **essentiell**

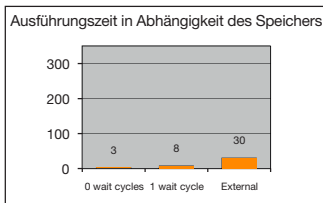
- Die Berechnung ist alles andere als einfach, ein Beispiel:

```
1 /* x = a + b */  
2 LOAD r2, _a  
3 LOAD r1, _b  
4 ADD r3, r2, r1
```

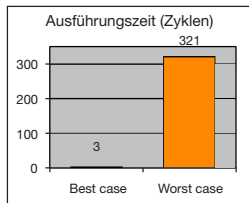
68K (1990)



MPC 5xx (2000)



PPC 755 (2001)



Quelle: Christian Ferdinand [1]



Laufzeitbedarf ist hochgradig **Hardware-** und **kontextspezifisch**



1 Problemstellung

**2 Messbasierte WCET-Analyse**

3 Statische WCET-Analyse

- Problemstellung
- Timing Schema
- Implicit Path Enumeration Technique

4 Hardware-Analyse

- Die Maschinenprogrammzebene
- Cache-Analyse
- Werkzeugunterstützung

5 Zusammenfassung





**Idee:** Prozessor selbst ist das präziseste Hardware-Modell

→ Dynamische Ausführung und Beobachtung der Ausführungszeit

## ■ Messbasierte WCET-Analyse:

→ **Intuitiv** und **gängige Praxis** in der Industrie

- Weiche/feste Echtzeitsysteme erfordern keine sichere WCET
- Einfach umzusetzen, verfügbar und anpassbar
  - Verschafft leicht **Orientierung** über die tatsächliche Laufzeit
  - **Geringer Aufwand** zur Instrumentierung (Plattformwechsel)
  - Eingeschränkte Verfügbarkeit statischer Analysewerkzeuge (HW-Plattform)
- **Sinnvolle Ergänzung** zur statischen WCET-Analyse (III-3/11 ff)
  - **Validierung** statisch bestimmter Werte
  - Ausgangspunkt für die Verbesserung der statischen Analyse



**Das Richtige zu messen ist das Problem!**



## Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {
    int i,j;
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {
        for (j = 0; j < i; ++j) {
            if(a[j] > a[j+1]) {
                swap(&a[j],&a[j+1]);
            }
        }
    }
    return;
}
```

Aufruf: bubbleSort(a, size)

- Durchläufe, Vergleiche und Vertauschungen (engl. **Swap**)
- a = {1, 2}, size = 2  
→ D = 1, V = 1, S = 0;
- a = {1, 3, 2}, size = 3  
→ D = 3, V = 3, **S = 1**;
- a = {3, 2, 1}, size = 3  
→ D = 3, V = 3, **S = 3**;



Für den **allgemeinen Fall nicht berechenbar**  $\leadsto$  **Halteproblem**

- Wie viele Schleifendurchläufe werden benötigt?



In Echtzeitsystemen ist dieses Problem häufig lösbar

- Kanonische Schleifenkonstrukte beschränkter Größe  $\leadsto$  max(size)
- Pfadanalyse  $\leadsto$  Nur **maximale Pfadlänge** von belang





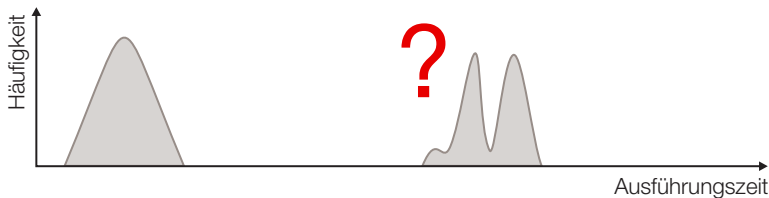
# Herausforderungen der Messung

☞ Messungen umfassen stets das **Gesamtsystem**

→ Hardware, Betriebssystem, Anwendung(en), ...

⚠ **Fluch** und **Segen**

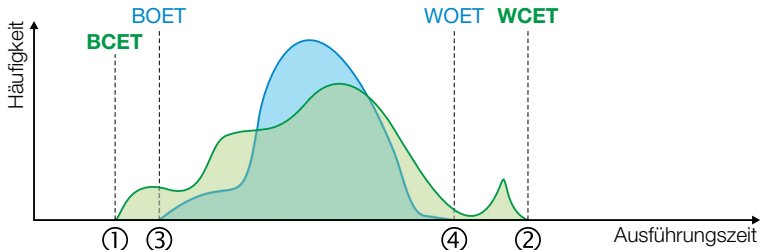
■ Mögliches Ergebnis einer Messung:



⚠ **Probleme und Anomalien**

- **Nebenläufige Ereignisse** unterbinden → Verdrängung
- **Gewählte Testdaten** führen nicht unbedingt zum **längsten Pfad**
- **Seltene** Ausführungsszenarien → Ausnahmefall
- **Abschnittsweise WCET-Messung** ↗ Globalen WCET
- Wiederherstellung des **Hardwarezustandes** schwierig/unmöglich





- Dynamische WCET-Analyse liefert **Messwerte**:
  - 3 Bestmögliche beobachtete Ausführungszeit (Best Observed Execution Time, **BOET**)
  - 4 Schlechtest mögliche beobachtete Ausführungszeit (Worst Observed Execution Time, **WOET**)



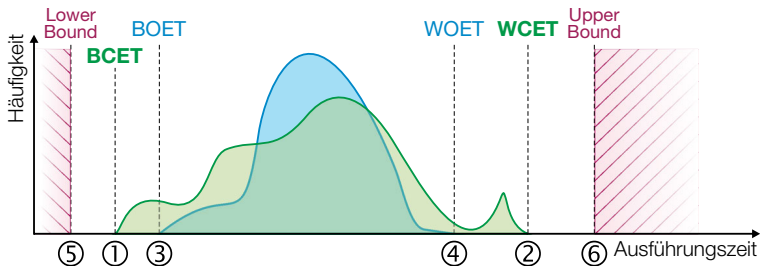
Messbasierte Ansätze unterschätzen die WCET meistens



- 1 Problemstellung
- 2 Messbasierte WCET-Analyse
- 3 Statische WCET-Analyse**
  - Problemstellung
  - Timing Schema
  - Implicit Path Enumeration Technique
- 4 Hardware-Analyse
  - Die Maschinenprogrammzebene
  - Cache-Analyse
  - Werkzeugunterstützung
- 5 Zusammenfassung



# Überblick: Statische WCET-Analyse



## ■ Statische WCET-Analyse liefert Schranken:

- 5 Geschätzte untere Schranke (Lower Bound)
- 6 Geschätzte obere Schranke (Upper Bound)



Die Analyse ist **vollständig** (engl. *sound*) falls  $\text{Upper Bound} \geq \text{WCET}$



# Berechnung der WCET?

Mit der Anzahl  $f_i$  der Ausführungen einer Kante  $E_i$  bestimmt man die WCET  $e$  durch Summation der Ausführungszeiten des längsten Pfades:

$$e = \max_P \sum_{E_i \in P} f_i e_i$$

**Problem:** Erfordert die explizite Aufzählung aller Pfade

→ Das ist algorithmisch nicht handhabbar

**Lösung:** Vereinfachung der konkreten Pfadsemantik

- Abstraktion und Abbildung auf ein Flussproblem
- Flussprobleme sind mathematisch gut untersucht
- Im folgenden zwei Lösungswege: Timing Schema und IPET



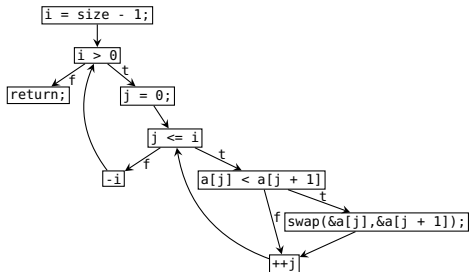
# Problem: Längster Pfad (Forts.)

Die möglichen Wege lassen sich durch Kontrollflussgraphen beschreiben

## Kontrollflussgraph (engl. *control flow graph*)

- Gerichteter Graph aus Grundblöcken (engl. *basic blocks*)
- Grundblöcke sind sequentielle „Code-Schnipsel“
  - hier wird gearbeitet  $\rightsquigarrow$  Grundblöcke verbrauchen Rechenzeit
- Kanten im Kontrollflussgraphen  $\rightsquigarrow$  Sprünge zwischen Grundblöcken

```
void bubbleSort(int a[],int size) {  
    int i,j;  
    for(i = size - 1; i > 0; -i) {  
        for(j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j],&a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```



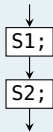
# Lösungsweg<sub>1</sub>: Timing Schema

Eine einfache Form der Sammelsemantik

Sequenzen  $\rightsquigarrow$  Hintereinanderausführung

```
S1();  
S2();
```

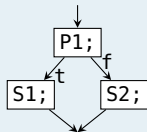
Summation der WCETs:  
 $e_{seq} = e_{S1} + e_{S2}$



Verzweigung  $\rightsquigarrow$  bedingte Ausführung

```
if(P1())  
  S1();  
else S2();
```

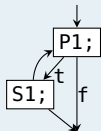
Maximale Gesamtausführungszeit:  
 $e_{cond} = e_{P1} + \max(e_{S1}, e_{S2})$



Schleifen  $\rightsquigarrow$  wiederholte Ausführung

```
while(P1())  
  S1();
```

Schleifendurchläufe berücksichtigen:  
 $e_{loop} = e_{P1} + n(e_{P1} + e_{S1})$



```
void bubbleSort(int a[],int size) {
    int i,j;
    for(i = size - 1; i > 0; -i) {
        for(j = 0; j < i; ++j) {
            if(a[j] > a[j+1]) {
                swap(&a[j],&a[j+1]);
            }
        }
    }
    return;
}
```

Schleife  $L_1: P_1 = i > 0$

■ Rumpf:  $L_2; --i;$

■ Durchläufe:  $size - 1$

→  $e_{L_1} = e_{P_1} + (size - 1)(e_{P_1} + e_{L_2} + e_{--i})$

Schleife  $L_2: P_2 = j < i$

■ Rumpf:  $C_1; ++j;$

■ Durchläufe:  $size - 1$

→  $e_{L_2} = e_{P_2} + (size - 1)(e_{P_2} + e_{C_1} + e_{++j})$

■ Verzweigung  $C_1: P_3 = a[j] > a[j + 1]$

■  $S_1 = \text{swap}(\&a[j], \&a[j + 1])$

→  $e_{C_1} = e_{P_3} + e_{S_1}$

■ Funktionsaufruf  $S_1 = \text{swap}(\&a[j], \&a[j + 1])$

■ Analog zum hier vorgestellten Verfahren





## ■ Eigenschaften

- Traversierung des abstrakten Syntaxbaums (AST) **bottom-up**
  - An den Blättern beginnend, bis zur Wurzel
  - Ausgangspunkt sind also explizite Pfade
- **Aggregation** der maximale Ausführungszeit nach festen Regeln
  - Für Sequenzen, Verzweigungen und Schleifen

## ■ Vorteile

- + Einfaches Verfahren mit geringem Berechnungsaufwand
- + Skaliert gut mit der Programmgröße

## ■ Nachteile

- Informationsverlust durch Aggregation
  - Korrelationen (z. B. sich ausschließende Zweige) nicht-lokaler Codeteile lassen sich nicht berücksichtigen
  - Schwierige Integration mit einer separaten Hardware-Analyse
- Nichtrealisierbare Pfade (infeasible paths) nicht ausschließbar
  - Unnötige Überapproximation





Explizite Pfadanalyse ohne Vereinfachung nicht handhabbar



**Lösungsansatz:** Nutzung impliziter Pfade

~> **Implicit Path Enumeration Technique (IPET)** [2]

- **Vorgehen:** Transformation des Kontrollflussgraphen in ein ganzzahliges, lineares Optimierungsproblem (ILP)

- 1 Bestimmung des **Zeitanalysegraphs** aus dem Kontrollflussgraphen
- 2 Abbildung auf ein **lineare Optimierungsproblem**
- 3 Annotation von **Flussrestriktionen**
  - Nebenbedingungen im Optimierungsproblem
- 4 Lösung des Optimierungsproblems (z.B. mit gurobi<sup>1</sup>)



Globale Vereinfachung des Graphen statt lokaler Aggregation

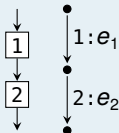


<sup>1</sup><http://gurobi.com/>

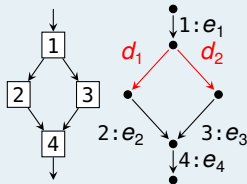
# Der Zeitanalysegraph (engl. *timing analysis graph*)

- Ein **Zeitanalysegraph (T-Graph)** ist ein gerichteter Graph mit einer Menge von Knoten  $\mathcal{V} = \{V_j\}$  und Kanten  $\mathcal{E} = \{E_j\}$ 
  - Mit genau einer **Quelle** und einer **Senke**
  - Jede Kante ist Bestandteil eines Pfades  $P$  von der Quelle zur Senke
  - Jeder Kante wird ihre WCET  $e_i$  zugeordnet
  - ⚠ Verzweigungen benötigen **Dummy-Kanten  $d_i$**

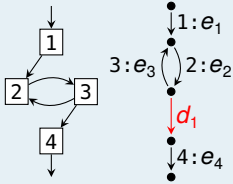
## Sequenz



## Verzweigung



## Schleife



Graphentheorie annotiert Kosten klassischerweise **an Kanten**



# Zirkulationen

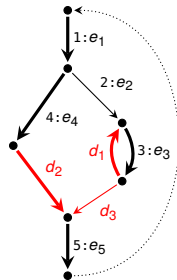


Abbildung  $f : \mathcal{E} \mapsto \mathcal{R}$  heißt **Zirkulation**, falls sie den Fluss erhält

- Kanten wird die **Zahl der Ausführungen**  $f_i$  als Fluss zugeordnet
- **Flusserhaltung**: Jeder Knoten wird gleich oft betreten und verlassen
  - Erfordert die Einführung einer Rückkehrkante  $E_e$  mit  $f_e = 1$

## ■ Ausschluss ungültiger Abarbeitungen durch **Flussrestriktionen**

- Formulierung als **Nebenbedingungen** des Optimierungsproblems
- Beschränkung der maximalen Anzahl von Schleifendurchläufen

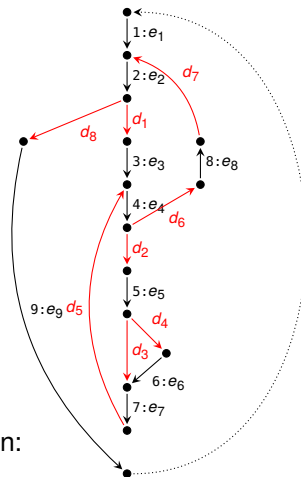
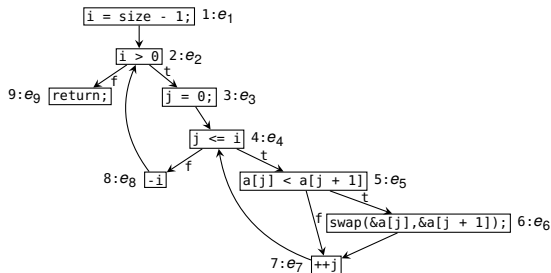


## ■ Beispiel

- $f_1 = f_2 + f_4$  wird durch die Zirkulation garantiert
- gültige Zirkulation:  $\{E_1, E_4, d_2, E_5, E_e\} \cup \{E_3, d_1\}$ 
  - aber **keine gültige Abarbeitung**
- Flussrestriktion  $f_3 \leq 5f_2$  löst dieses Problem
  - wird  $E_2$  nicht abgearbeitet, so gilt  $f_3 \leq 5 \cdot 0 = 0$
  - hier: Beschränkung auf 5 Schleifendurchläufe
  - Nebenbedingung des Optimierungsproblems



# Beispiel: Bubblesort



- Flussrestriktionen, die sich aus Schleifen ergeben:
  - Äußere Schleife:  $f_2 \leq (size - 1)f_1$
  - Innere Schleife:  $f_4 \leq (size - 1)f_3$
- Flussrestriktionen, die sich aus Verzweigungen ergeben:
  - Bedingte Vertauschung:  $f_{d_3} + f_6 = f_7$



# Ganzzahliges Lineares Optimierungsproblem

☞ Zielfunktion: Maximierung des gewichteten Flusses

$$\text{WCET}_e = \max_{(f_1, \dots, f_e)} \sum_{E_i \in \mathcal{E}} f_i e_i$$

→ der Vektor  $(f_1, \dots, f_e)$  maximiert die Ausführungszeit

☞ Nebenbedingungen: Garantieren tatsächlich mögliche Ausführungen

- Flussserhaltung für jeden Knoten des T-Graphen

$$\sum_{E_j^+ = V_i} f_j = \sum_{E_k^- = V_i} f_k$$

- Flussrestriktionen für alle Schleifen des T-Graphen, z.B.

$$f_2 \leq (\text{size} - 1)f_1$$

- Rückkehrkante kann nur einmal durchlaufen werden:  $f_{E_e} = 1$



- Betrachtet implizit alle Pfade des Kontrollflussgraphen
  - Erzeugung des Zeitanalysegraphen
  - Überführung in ganzzahliges lineares Optimierungsproblem
- Vorteile
  - + Möglichkeit komplexer Flussrestriktionen
    - z. B. sich ausschließende Äste aufeinanderfolgender Verzweigungen
  - + Nebenbedingungen für das ILP sind leicht aufzustellen
  - + Viele Werkzeuge zur Lösung von ILPs verfügbar
- Nachteile
  - Lösen eines ILP ist im Allgemeinen NP-hart
  - Flussrestriktionen sind kein Allheilmittel
    - Beschreibung der Ausführungsreihenfolge ist problematisch



- 1 Problemstellung
- 2 Messbasierte WCET-Analyse
- 3 Statische WCET-Analyse
  - Problemstellung
  - Timing Schema
  - Implicit Path Enumeration Technique
- 4 Hardware-Analyse**
  - Die Maschinenprogrammzebene**
  - Cache-Analyse**
  - Werkzeugunterstützung**
- 5 Zusammenfassung







## Grundproblem: Ausführungszyklen von Instruktionen zählen

```
_getopt:  
  link    a6,#0          ; 16 Zyklen  
  moveml  #0x3020,sp@-  ; 32 Zyklen  
  movel   a6@(8),a2     ; 16 Zyklen  
  movel   a6@(12),d3    ; 16 Zyklen
```

Quelle: Peter Puschner [2]

■ Ergebnis:  $e_{\_getopt} = 80$  Zyklen

■ Annahmen:

- Obere Schranke für jede Instruktion
- Obere Schranke der Sequenz durch Summation



## Äußerst pessimistisch und zum Teil falsch

■ **Falsch** für Prozessoren mit **Laufzeitanomalien**

- WCET der Sequenz > Summe der WCETs aller Instruktionen

■ **Pessimistisch** für **moderne Prozessoren**

- Pipeline, Cache, Branch Prediction, Prefetching, ... haben großen Anteil an der verfügbaren Rechenleistung heutiger Prozessoren
- Blanke Summation einzelner WCETs ignoriert diese Maßnahmen





Hardware-Analyse teilt sich in verschiedene Phasen

- Aufteilung ist nicht dogmenhaft festgeschrieben

- **Integration** von Pfad- und Cache-Analyse

- 1 Pipeline-Analyse

- Wie lange dauert die Ausführung der Instruktionssequenz?

- 2 Cache- und Pfad-Analyse sowie WCET-Berechnung

- Cache-Analyse wird direkt in das Optimierungsproblem integriert

- **Separate** Pfad- und Cache-Analyse

- 1 Cache-Analyse

- Kategorisiert Speicherzugriffe mit Hilfe einer Datenflussanalyse

- 2 Pipeline-Analyse

- Ergebnisse der Cache-Analyse werden anschließend berücksichtigt

- 3 Pfad-Analyse und WCET-Berechnung





**Cache:** ein kleiner, schneller Zwischenspeicher

- Zugriffszeiten variieren je nach Zustand des Caches enorm:

**Treffer** (engl. *hit*), Daten/Instruktion sind im Cache  $\sim e_h$

**Fehlschlag** (engl. *miss*), Daten/Instruktion sind nicht im Cache  $\sim e_m$



**Hits** sind schneller als **Misses**:  $e_m \gg e_h$

→ Strafe liegt schnell bei  $> 100$  Taktzyklen

- Eigenschaften von Caches mit Einfluss auf deren Analyse

**Typ** ■ Cache für **Instruktionen**

■ Cache für **Daten**

■ kombinierter Cache für **Instruktionen und Daten**

**Auslegung** ■ **direkt abgebildet** (engl. *direct mapped*)

■ **vollasoziativ** (engl. *fully associative*)

■ **satz- oder mengenasoziativ** (engl. *set associative*)

**Seiteneretzungsstrategie**

■ engl. *(pseudo) least recently used*, (Pseudo-)LRU

■ engl. *(pseudo) first in first out*, (Pseudo-)FIFO



- Wissen ob eine Instruktion / ein Datum im Cache ist, oder nicht:

**must**, die Instruktion ist **garantiert im Cache**

- man kann immer die schnellere Ausführungszeit  $e_h$  annehmen
- wird für die Vorhersage von Treffern verwendet

**may**, die Instruktion ist **vielleicht im Cache**

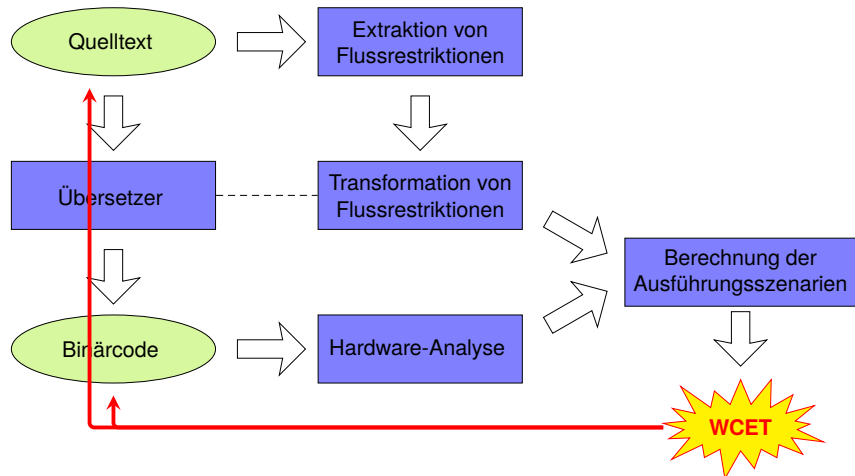
- ist dies nicht der Fall, muss man die Ausführungszeit  $e_m$  annehmen
- wird für die Vorhersage von Fehlschlägen verwendet

**persistent**, die Instruktion **verbleibt im Cache**

- erster Zugriff ist ein Fehlschlag, alle weiteren sind Treffer
- erster Zugriff:  $e_m$ , weitere Zugriffe:  $e_h$ 
  - ist besonders für Schleifen interessant, die den Cache „füllen“

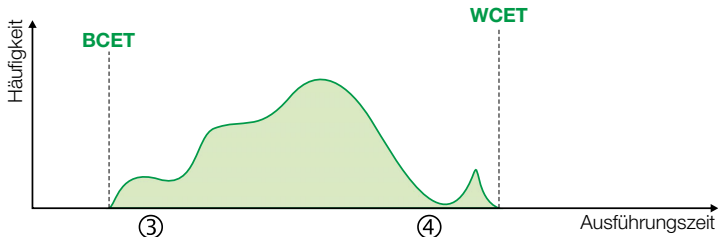


# Werkzeugkette für die WCET-Analyse [3]



- 1 Problemstellung
- 2 Messbasierte WCET-Analyse
- 3 Statische WCET-Analyse
  - Problemstellung
  - Timing Schema
  - Implicit Path Enumeration Technique
- 4 Hardware-Analyse
  - Die Maschinenprogrammzebene
  - Cache-Analyse
  - Werkzeugunterstützung
- 5 Zusammenfassung





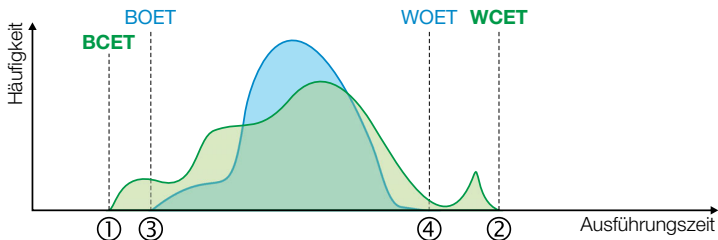
**WCET-Bestimmung** gliedert sich grob in zwei Teilprobleme

- **Programmiersprachenebene** (makroskopisch)  $\leadsto$  finde die längsten Pfade durch ein Programm
- **Maschinenprogrammzebene** (mikroskopisch)  $\leadsto$  bestimme die WCET der Elementaroperationen



Tatsächliche Ausführungszeit: **BCET / WCET**





**Dynamische Analyse**  $\mapsto$  Beobachtung der Ausführungszeit

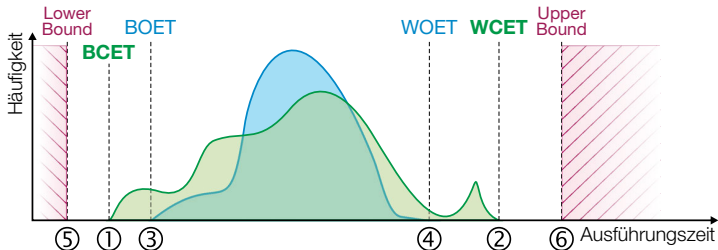
- Messung bezieht beide Ebenen mit ein
- Vollständige Messung im Allgemeinen **nicht möglich**  $\leadsto$   
**Unterapproximation**



Gemessene Ausführungszeit: **BOET** / **WOET**







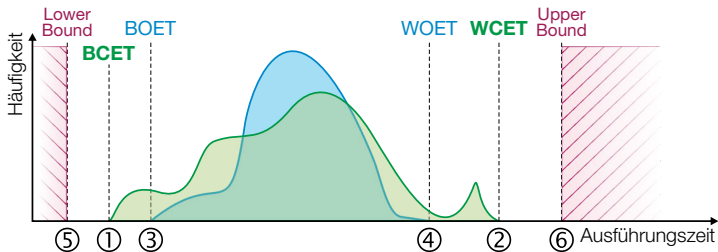
**Statische Analyse** → schätzt die Ausführungszeit

- Pfadanalyse (Programmiersprachenebene)
- Lösungswege: Abstraktion (Timing Schema vs. IPET)
- Gibt pessimistische Schranken an ~ Überapproximation



Geschätzte Ausführungszeitgrenzen: **Lower- / Upper Bound**





Hardware-Analyse  $\mapsto$  Eingaben für die WCET-Berechnung

- Hauptaufgaben: Cache- und Pipeline-Analyse
- must-Approximation und may-Approximation



Werkzeugunterstützung kombiniert Ebenen und macht die WCET-Analyse handhabbar



- [1] Ferdinand, C. ; Heckmann, R. ; Wolff, H.-J. ; Renz, C. ; Parshin, O. ; Wilhelm, R. :  
Towards model-driven development of hard real-time systems.  
In: *Model-Driven Development of Reliable Automotive Services*.  
Springer, 2008, S. 145–160
- [2] Puschner, P. :  
*Zeitanalyse von Echtzeitprogrammen*.  
Treitlstr. 1-3/182-1, 1040 Vienna, Austria, Technische Universität Wien, Institut für  
Technische Informatik, Diss., 1993
- [3] Puschner, P. ; Huber, B. :  
*Zeitanalyse von sicherheitskritischen Echtzeitsystemen*.  
<http://ti.tuwien.ac.at/rts/teaching/courses/wcet>, 2012. –  
Lecture Notes
- [4] Wilhelm, R. :  
*Embedded Systems*.  
<http://react.cs.uni-sb.de/teaching/embedded-systems-10-11/lecture-notes.html>,  
2010. –  
Lecture Notes

