

Echtzeitsysteme

Zeitliche Analyse von Echtzeitanwendungen

Peter Ulbrich

Lehrstuhl für Verteilte Systeme und Betriebssysteme

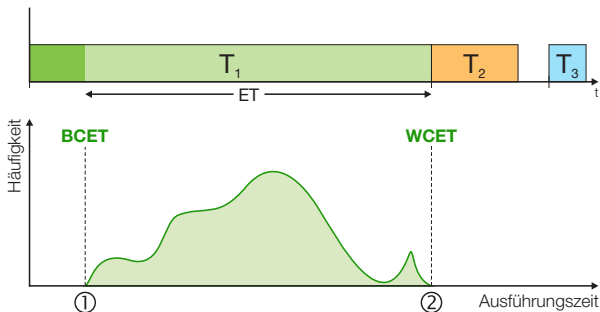
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

<https://www4.cs.fau.de>

13. November 2017



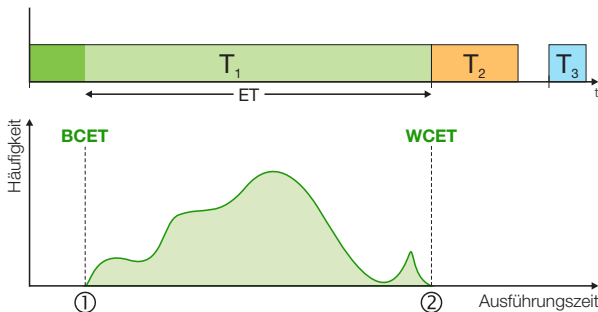
Die maximale Ausführungszeit



- Alle sprechen von der **maximalen Ausführungszeit**
 - Worst-Case Execution Time (**WCET**) e_i (vgl. III-2/26)
 - Unabdingbares Maß für **zulässigen Ablaufplan** (vgl. III-2/31)



Die maximale Ausführungszeit



- Alle sprechen von der **maximalen Ausführungszeit**
 - Worst-Case Execution Time (**WCET**) e_i (vgl. III-2/26)
 - Unabdingbares Maß für **zulässigen Ablaufplan** (vgl. III-2/31)
- Tatsächliche Ausführungszeit bewegt sich zwischen:
 - 1 Bestmöglicher Ausführungszeit (Best-Case Execution Time, **BCET**)
 - 2 Schlechtest möglicher Ausführungszeit (besagter **WCET**)



1 Problemstellung

2 Messbasierte WCET-Analyse

3 Statische WCET-Analyse

- Problemstellung
- Timing Schema
- Implicit Path Enumeration Technique

4 Hardware-Analyse

- Die Maschinenprogrammebene
- Cache-Analyse
- Werkzeugunterstützung

5 Zusammenfassung



Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {  
    int i,j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j],&a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

Bestimmung der WCET – eine Herausforderung

Wovon hängt die maximale Ausführungszeit ab?

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[], int size) {  
    int i, j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j], &a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

Programmiersprachenebene:

- Anzahl der Schleifendurchläufe hängt von der Größe des Feldes `a[]` ab
- Anzahl der Vertauschungen `swap()` hängt von dessen Inhalt
- ⚠ Exakte Vorhersage ist kaum möglich
 - Größe und Inhalt von `a[]` kann zur Laufzeit variieren
 - Welches ist der **längste Pfad**?



Bestimmung der WCET – eine Herausforderung

Wovon hängt die maximale Ausführungszeit ab?

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[], int size) {  
    int i, j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j], &a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

Programmiersprachenebene:

- Anzahl der Schleifendurchläufe hängt von der Größe des Feldes `a[]` ab
- Anzahl der Vertauschungen `swap()` hängt von dessen Inhalt
- ⚠ Exakte Vorhersage ist kaum möglich
 - Größe und Inhalt von `a[]` kann zur Laufzeit variieren
 - Welches ist der **längste Pfad**?

■ Maschinenprogrammebene:

- Ausführungsdauer der **Elementaroperationen** (ADD, LOAD, ...)
- ⚠ **Prozessorabhängig** und für moderne Prozessoren sehr schwierig
 - Cache \leadsto Liegt die Instruktion/das Datum im schnellen Cache?
 - Pipeline \leadsto Wie ist der Zustand der Pipeline an einer Instruktion?
 - Out-of-Order-Execution, Branch-Prediction, Hyper-Threading, ...



 Ausführungszeit von Elementaroperationen ist **essentiell**

■ Die Berechnung ist alles andere als einfach, ein Beispiel:

```
1  /* x = a + b */  
2  LOAD r2, _a  
3  LOAD r1, _b  
4  ADD r3, r2, r1
```

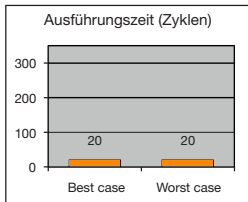


Ausführungszeit von Elementaroperationen ist **essentiell**

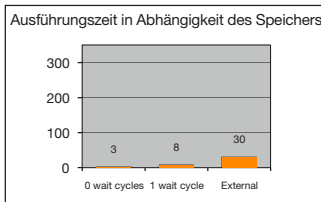
- Die Berechnung ist alles andere als einfach, ein Beispiel:

```
1 /* x = a + b */  
2 LOAD r2, _a  
3 LOAD r1, _b  
4 ADD r3, r2, r1
```

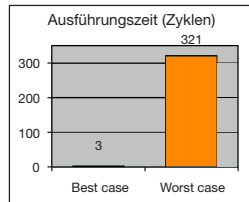
68K (1990)



MPC 5xx (2000)



PPC 755 (2001)



Quelle: Christian Ferdinand [1]



Laufzeitbedarf ist hochgradig **Hardware-** und **kontextspezifisch**



1 Problemstellung

2 Messbasierte WCET-Analyse

3 Statische WCET-Analyse

- Problemstellung
- Timing Schema
- Implicit Path Enumeration Technique

4 Hardware-Analyse

- Die Maschinenprogrammebene
- Cache-Analyse
- Werkzeugunterstützung

5 Zusammenfassung





Idee: Prozessor selbst ist das präziseste Hardware-Modell

→ Dynamische Ausführung und Beobachtung der Ausführungszeit





Idee: Prozessor selbst ist das präziseste Hardware-Modell

→ Dynamische Ausführung und Beobachtung der Ausführungszeit

■ Messbasierte WCET-Analyse:

→ **Intuitiv** und **gängige Praxis** in der Industrie

- Weiche/feste Echtzeitsysteme erfordern keine sichere WCET
- Einfach umzusetzen, verfügbar und anpassbar
 - Verschafft leicht **Orientierung** über die tatsächliche Laufzeit
 - **Geringer Aufwand** zur Instrumentierung (Plattformwechsel)
 - Eingeschränkte Verfügbarkeit statischer Analysewerkzeuge (HW-Plattform)
- **Sinnvolle Ergänzung** zur statischen WCET-Analyse (III-3/12 ff)
 - **Validierung** statisch bestimmter Werte
 - Ausgangspunkt für die Verbesserung der statischen Analyse





Idee: Prozessor selbst ist das präziseste Hardware-Modell

→ Dynamische Ausführung und Beobachtung der Ausführungszeit

■ Messbasierte WCET-Analyse:

→ **Intuitiv** und **gängige Praxis** in der Industrie

- Weiche/feste Echtzeitsysteme erfordern keine sichere WCET
- Einfach umzusetzen, verfügbar und anpassbar
 - Verschafft leicht **Orientierung** über die tatsächliche Laufzeit
 - **Geringer Aufwand** zur Instrumentierung (Plattformwechsel)
 - Eingeschränkte Verfügbarkeit statischer Analysewerkzeuge (HW-Plattform)
- **Sinnvolle Ergänzung** zur statischen WCET-Analyse (III-3/12 ff)
 - **Validierung** statisch bestimmter Werte
 - Ausgangspunkt für die Verbesserung der statischen Analyse



Das Richtige zu messen ist das Problem!



Problem: Längster Pfad

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {
    int i,j;

    for(i = size - 1; i > 0; --i) {
        for (j = 0; j < i; ++j) {
            if(a[j] > a[j+1]) {
                swap(&a[j],&a[j+1]);
            }
        }
    }
    return;
}
```



Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {  
    int i,j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j],&a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

Aufruf: bubbleSort(a, size)

- Durchläufe, Vergleiche und Vertauschungen (engl. **Swap**)
- a = {1, 2}, size = 2
→ D = 1, V = 1, **S = 0**;
- a = {1, 3, 2}, size = 3
→ D = 3, V = 3, **S = 1**;
- a = {3, 2, 1}, size = 3
→ D = 3, V = 3, **S = 3**;



Problem: Längster Pfad

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[], int size) {  
    int i, j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for(j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j], &a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

Aufruf: bubbleSort(a, size)

- Durchläufe, Vergleiche und Vertauschungen (engl. **Swap**)
- $a = \{1, 2\}$, $size = 2$
→ $D = 1, V = 1, \mathbf{S} = 0$;
- $a = \{1, 3, 2\}$, $size = 3$
→ $D = 3, V = 3, \mathbf{S} = 1$;
- $a = \{3, 2, 1\}$, $size = 3$
→ $D = 3, V = 3, \mathbf{S} = 3$;



Für den **allgemeinen Fall nicht berechenbar** \leadsto **Halteproblem**

- Wie viele Schleifendurchläufe werden benötigt?



In Echtzeitsystemen ist dieses Problem häufig lösbar

- Kanonische Schleifenkonstrukte beschränkter Größe $\leadsto \max(size)$
- Pfadanalyse \leadsto Nur **maximale Pfadlänge** von belang





Kontrollflussgraph (engl. *control flow graph*)

- Gerichteter Graph aus Grundblöcken (engl. *basic blocks*)
- Grundblöcke sind sequentielle „Code-Schnipsel“
 - hier wird gearbeitet \leadsto Grundblöcke verbrauchen Rechenzeit
- Kanten im Kontrollflussgraphen \leadsto Sprünge zwischen Grundblöcken

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[], int size) {  
    int i, j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j], &a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```



Problem: Längster Pfad (Forts.)

Die möglichen Wege lassen sich durch Kontrollflussgraphen beschreiben



Kontrollflussgraph (engl. *control flow graph*)

- Gerichteter Graph aus Grundblöcken (engl. *basic blocks*)
- Grundblöcke sind sequentielle „Code-Schnipsel“
 - hier wird gearbeitet \leadsto Grundblöcke verbrauchen Rechenzeit
- Kanten im Kontrollflussgraphen \leadsto Sprünge zwischen Grundblöcken

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[], int size) {  
    int i, j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j], &a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

```
swap(&a[j], &a[j + 1]);
```



Problem: Längster Pfad (Forts.)

Die möglichen Wege lassen sich durch Kontrollflussgraphen beschreiben

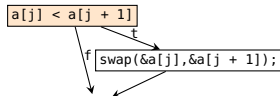


Kontrollflussgraph (engl. *control flow graph*)

- Gerichteter Graph aus **Grundblöcken** (engl. *basic blocks*)
- Grundblöcke sind sequentielle „Code-Schnipsel“
 - hier wird gearbeitet \leadsto Grundblöcke verbrauchen Rechenzeit
- Kanten im Kontrollflussgraphen \leadsto Sprünge zwischen Grundblöcken

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[], int size) {  
    int i, j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for(j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j], &a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```



Problem: Längster Pfad (Forts.)

Die möglichen Wege lassen sich durch Kontrollflussgraphen beschreiben

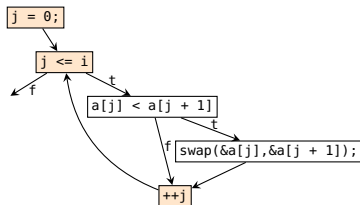


Kontrollflussgraph (engl. *control flow graph*)

- Gerichteter Graph aus **Grundblöcken** (engl. *basic blocks*)
- Grundblöcke sind sequentielle „Code-Schnipsel“
 - hier wird gearbeitet \leadsto Grundblöcke verbrauchen Rechenzeit
- Kanten im Kontrollflussgraphen \leadsto Sprünge zwischen Grundblöcken

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[], int size) {  
    int i, j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j], &a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```



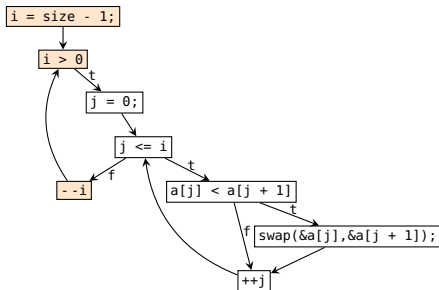


Kontrollflussgraph (engl. *control flow graph*)

- Gerichteter Graph aus Grundblöcken (engl. *basic blocks*)
- Grundblöcke sind sequentielle „Code-Schnipsel“
 - hier wird gearbeitet \leadsto Grundblöcke verbrauchen Rechenzeit
- Kanten im Kontrollflussgraphen \leadsto Sprünge zwischen Grundblöcken

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[], int size) {  
    int i, j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j], &a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```



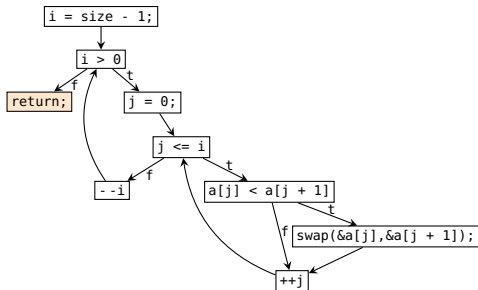


Kontrollflussgraph (engl. *control flow graph*)

- Gerichteter Graph aus Grundblöcken (engl. *basic blocks*)
- Grundblöcke sind sequentielle „Code-Schnipsel“
 - hier wird gearbeitet \leadsto Grundblöcke verbrauchen Rechenzeit
- Kanten im Kontrollflussgraphen \leadsto Sprünge zwischen Grundblöcken

Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[], int size) {  
    int i, j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j], &a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```





Messungen umfassen stets das **Gesamtsystem**

→ Hardware, Betriebssystem, Anwendung(en), ...

⚠ Fluch und Segen



Herausforderungen der Messung

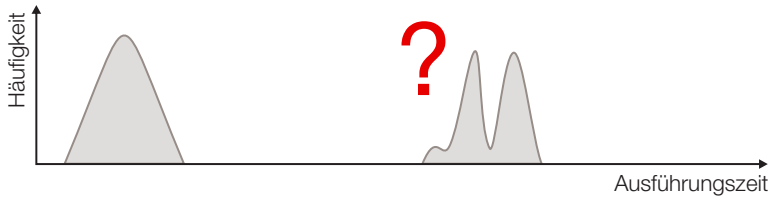


Messungen umfassen stets das **Gesamtsystem**

→ Hardware, Betriebssystem, Anwendung(en), ...

⚠ **Fluch** und **Segen**

■ Mögliches Ergebnis einer Messung:



Herausforderungen der Messung

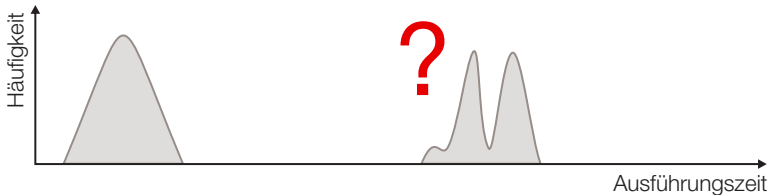


Messungen umfassen stets das **Gesamtsystem**

→ Hardware, Betriebssystem, Anwendung(en), ...

⚠ **Fluch** und **Segen**

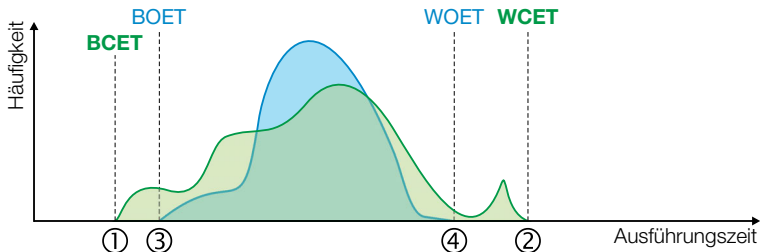
■ Mögliches Ergebnis einer Messung:



Probleme und **Anomalien**

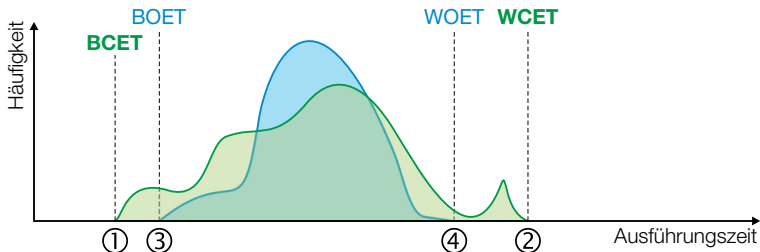
- **Nebenläufige Ereignisse** unterbinden → Verdrängung
- **Gewählte Testdaten** führen nicht unbedingt zum **längsten Pfad**
- **Seltene** Ausführungsszenarien → Ausnahmefall
- **Abschnittsweise WCET-Messung** ↗ Globalen WCET
- Wiederherstellung des **Hardwarezustandes** schwierig/unmöglich





■ Dynamische WCET-Analyse liefert **Messwerte**:

- 3 Bestmögliche beobachtete Ausführungszeit
(Best Observed Execution Time, **BOET**)
- 4 Schlechtest mögliche beobachtete Ausführungszeit
(Worst Observed Execution Time, **WOET**)



■ Dynamische WCET-Analyse liefert **Messwerte**:

- 3 Bestmögliche beobachtete Ausführungszeit
(Best Observed Execution Time, **BOET**)
- 4 Schlechtest mögliche beobachtete Ausführungszeit
(Worst Observed Execution Time, **WOET**)



Messbasierte Ansätze unterschätzen die WCET meistens



1 Problemstellung

2 Messbasierte WCET-Analyse

3 Statische WCET-Analyse

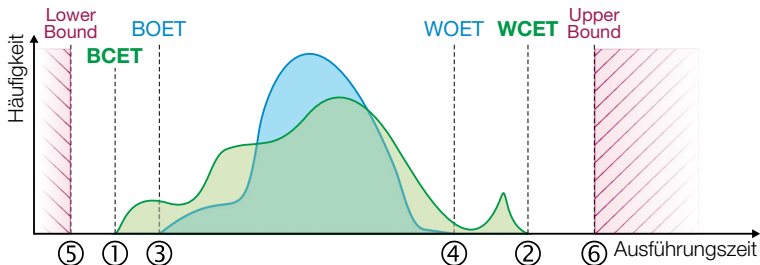
- Problemstellung
- Timing Schema
- Implicit Path Enumeration Technique

4 Hardware-Analyse

- Die Maschinenprogrammebene
- Cache-Analyse
- Werkzeugunterstützung

5 Zusammenfassung





■ Statische WCET-Analyse liefert **Schranken**:

5 Geschätzte untere Schranke (**Lower Bound**)

6 Geschätzte obere Schranke (**Upper Bound**)



Die Analyse ist **vollständig** (engl. *sound*) falls $\text{Upper Bound} \geq \text{WCET}$



Berechnung der WCET?

Mit der Anzahl f_i der Ausführungen einer Kante E_i bestimmt man die WCET e durch Summation der Ausführungszeiten des längsten Pfades:

$$e = \max_P \sum_{E_i \in P} f_i e_i$$



Berechnung der WCET?

Mit der Anzahl f_i der Ausführungen einer Kante E_i bestimmt man die WCET e durch Summation der Ausführungszeiten des längsten Pfades:

$$e = \max_P \sum_{E_i \in P} f_i e_i$$

Problem: Erfordert die explizite Aufzählung aller Pfade

→ Das ist algorithmisch nicht handhabbar



Berechnung der WCET?

Mit der Anzahl f_i der Ausführungen einer Kante E_i bestimmt man die WCET e durch Summation der Ausführungszeiten des längsten Pfades:

$$e = \max_P \sum_{E_i \in P} f_i e_i$$

Problem: Erfordert die explizite Aufzählung aller Pfade

→ Das ist algorithmisch nicht handhabbar

Lösung: Vereinfachung der konkreten Pfadsemantik

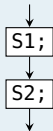
→ Abstraktion und Abbildung auf ein Flussproblem

- Flussprobleme sind mathematisch gut untersucht
- Im folgenden zwei Lösungswege: Timing Schema und IPET



Sequenzen \leadsto Hintereinanderausführung

```
S1();  
S2();
```

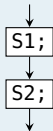


Sequenzen \leadsto Hintereinanderausführung

```
S1();  
S2();
```

Summation der WCETs:

$$e_{seq} = e_{S1} + e_{S2}$$

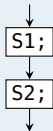


Sequenzen \leadsto Hintereinanderausführung

```
S1();  
S2();
```

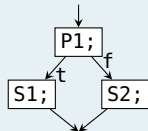
Summation der WCETs:

$$e_{seq} = e_{S1} + e_{S2}$$



Verzweigung \leadsto bedingte Ausführung

```
if(P1())  
  S1();  
else S2();
```

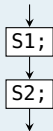


Sequenzen \leadsto Hintereinanderausführung

```
S1();  
S2();
```

Summation der WCETs:

$$e_{seq} = e_{S1} + e_{S2}$$

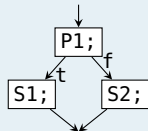


Verzweigung \leadsto bedingte Ausführung

```
if(P1())  
  S1();  
else S2();
```

Maximale Gesamtausführungszeit:

$$e_{cond} = e_{P1} + \max(e_{S1}, e_{S2})$$

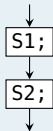


Sequenzen \leadsto Hintereinanderausführung

```
S1();  
S2();
```

Summation der WCETs:

$$e_{seq} = e_{S1} + e_{S2}$$

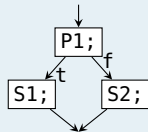


Verzweigung \leadsto bedingte Ausführung

```
if(P1())  
  S1();  
else S2();
```

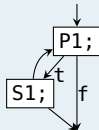
Maximale Gesamtausführungszeit:

$$e_{cond} = e_{P1} + \max(e_{S1}, e_{S2})$$



Schleifen \leadsto wiederholte Ausführung

```
while(P1())  
  S1();
```

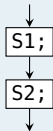


Sequenzen \leadsto Hintereinanderausführung

```
S1();  
S2();
```

Summation der WCETs:

$$e_{seq} = e_{S1} + e_{S2}$$

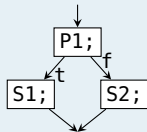


Verzweigung \leadsto bedingte Ausführung

```
if(P1())  
  S1();  
else S2();
```

Maximale Gesamtausführungszeit:

$$e_{cond} = e_{P1} + \max(e_{S1}, e_{S2})$$

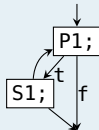


Schleifen \leadsto wiederholte Ausführung

```
while(P1())  
  S1();
```

Schleifendurchläufe berücksichtigen:

$$e_{loop} = e_{P1} + n(e_{P1} + e_{S1})$$



Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {  
    int i,j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j],&a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```



Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {  
    int i,j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j],&a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

■ Funktionsaufruf

$S_1 = \text{swap}(\&a[j], \&a[j + 1])$

- Analog zum hier vorgestellten Verfahren



Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {  
    int i,j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j],&a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

■ Funktionsaufruf

$S_1 = \text{swap}(\&a[j], \&a[j + 1])$

- Analog zum hier vorgestellten Verfahren

■ Verzweigung

$C_1: P_1 = a[j] > a[j + 1]$

■ $S_1 = \text{swap}(\&a[j], \&a[j + 1])$

→ $e_{C_1} = e_{P_1} + \max(e_{S_1}, 0)$



Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {  
    int i,j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for(j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j],&a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

■ Funktionsaufruf

$S_1 = \text{swap}(\&a[j], \&a[j + 1])$

- Analog zum hier vorgestellten Verfahren

■ Verzweigung

$C_1: P_1 = a[j] > a[j + 1]$

■ $S_1 = \text{swap}(\&a[j], \&a[j + 1])$

→ $e_{C_1} = e_{P_1} + \max(e_{S_1}, 0)$

■ Schleife $L_2: P_2 = j < i$

■ Rumpf: $C_1; ++j;$

■ Durchläufe: $\text{size} - 1$

→ $e_{L_2} = e_{P_2} + (\text{size} - 1)(e_{P_2} + e_{C_1} e_{++j})$



Beispiel: Bubblesort

```
void bubbleSort(int a[],int size) {  
    int i,j;  
  
    for(i = size - 1; i > 0; --i) {  
        for (j = 0; j < i; ++j) {  
            if(a[j] > a[j+1]) {  
                swap(&a[j],&a[j+1]);  
            }  
        }  
    }  
    return;  
}
```

■ Funktionsaufruf

$S_1 = \text{swap}(\&a[j], \&a[j + 1])$

- Analog zum hier vorgestellten Verfahren

■ Verzweigung

$C_1: P_1 = a[j] > a[j + 1]$

■ $S_1 = \text{swap}(\&a[j], \&a[j + 1])$

→ $e_{C_1} = e_{P_1} + \max(e_{S_1}, 0)$

■ Schleife $L_2: P_2 = j < i$

■ Rumpf: $C_1; ++j;$

■ Durchläufe: $\text{size} - 1$

→ $e_{L_2} = e_{P_2} + (\text{size} - 1)(e_{P_2} + e_{C_1} e_{++j})$

■ Schleife $L_1: P_3 = i > 0$

■ Rumpf: $L_2; --i;$

■ Durchläufe: $\text{size} - 1$

→ $e_{L_1} = e_{P_3} + (\text{size} - 1)(e_{P_1} + e_{L_2} + e_{--i})$



■ Eigenschaften

- Traversierung des abstrakten Syntaxbaums (AST) **bottom-up**
 - An den Blättern beginnend, bis zur Wurzel
 - Ausgangspunkt sind also explizite Pfade
- **Aggregation** der maximale Ausführungszeit nach festen Regeln
 - Für Sequenzen, Verzweigungen und Schleifen



■ Eigenschaften

- Traversierung des abstrakten Syntaxbaums (AST) **bottom-up**
 - An den Blättern beginnend, bis zur Wurzel
 - Ausgangspunkt sind also explizite Pfade
- **Aggregation** der maximale Ausführungszeit nach festen Regeln
 - Für Sequenzen, Verzweigungen und Schleifen

■ Vorteile

- + Einfaches Verfahren mit geringem Berechnungsaufwand
- + Skaliert gut mit der Programmgröße



■ Eigenschaften

- Traversierung des abstrakten Syntaxbaums (AST) **bottom-up**
 - An den Blättern beginnend, bis zur Wurzel
 - Ausgangspunkt sind also explizite Pfade
- **Aggregation** der maximale Ausführungszeit nach festen Regeln
 - Für Sequenzen, Verzweigungen und Schleifen

■ Vorteile

- + Einfaches Verfahren mit geringem Berechnungsaufwand
- + Skaliert gut mit der Programmgröße

■ Nachteile

- Informationsverlust durch Aggregation
 - Korrelationen (z. B. sich ausschließende Zweige) nicht-lokaler Codeteile lassen sich nicht berücksichtigen
 - Schwierige Integration mit einer separaten Hardware-Analyse
- Nichtrealisierbare Pfade (infeasible paths) nicht ausschließbar
 - Unnötige Überapproximation





Explizite Pfadanalyse ohne Vereinfachung nicht handhabbar



Lösungsansatz₂: Nutzung impliziter Pfadaufzählungen

~> Implicit Path Enumeration Technique (IPET) [2]



¹<http://gurobi.com/>



Explizite Pfadanalyse ohne Vereinfachung nicht handhabbar



Lösungsansatz₂: Nutzung impliziter Pfadaufzählungen

→ Implicit Path Enumeration Technique (IPET) [2]

- **Vorgehen:** Transformation des Kontrollflussgraphen in ein ganzzahliges, lineares Optimierungsproblem (ILP)

1 Bestimmung des **Zeitanalysegraphs** aus dem Kontrollflussgraphen

2 Abbildung auf ein **lineare Optimierungsproblem**

3 Annotation von **Flussrestriktionen**

– Nebenbedingungen im Optimierungsproblem

4 Lösung des Optimierungsproblems (z.B. mit gurobi¹)



Globale Vereinfachung des Graphen statt lokaler Aggregierung



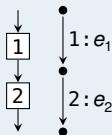
¹<http://gurobi.com/>

- Ein **Zeitanalysegraph** (**T-Graph**) ist ein gerichteter Graph mit einer Menge von Knoten $\mathcal{V} = \{V_i\}$ und Kanten $\mathcal{E} = \{E_i\}$
 - Mit genau einer **Quelle** und einer **Senke**
 - Jede Kante ist Bestandteil eines Pfades P von der Senke zur Kante
 - Jeder Kante wird ihre WCET e_i zugeordnet

Der Zeitanalysegraph (engl. *timing analysis graph*)

- Ein **Zeitanalysegraph** (T-Graph) ist ein gerichteter Graph mit einer Menge von Knoten $\mathcal{V} = \{V_i\}$ und Kanten $\mathcal{E} = \{E_i\}$
 - Mit genau einer **Quelle** und einer **Senke**
 - Jede Kante ist Bestandteil eines Pfades P von der Senke zur Quelle
 - Jeder Kante wird ihre WCET e_i zugeordnet

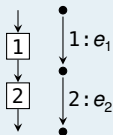
Sequenz



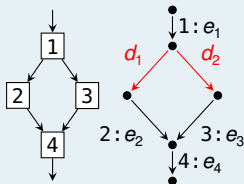
Der Zeitanalysegraph (engl. *timing analysis graph*)

- Ein **Zeitanalysegraph** (T-Graph) ist ein gerichteter Graph mit einer Menge von Knoten $\mathcal{V} = \{V_i\}$ und Kanten $\mathcal{E} = \{E_i\}$
 - Mit genau einer **Quelle** und einer **Senke**
 - Jede Kante ist Bestandteil eines Pfades P von der Senke zur Quelle
 - Jeder Kante wird ihre WCET e_i zugeordnet
 - ⚠ Verzweigungen benötigen **Dummy-Kanten** d_i

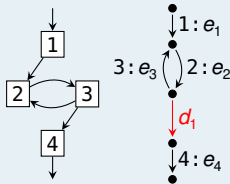
Sequenz



Verzweigung



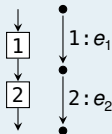
Schleife



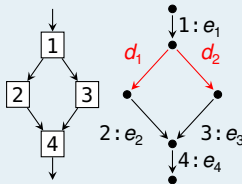
Der Zeitanalysegraph (engl. *timing analysis graph*)

- Ein **Zeitanalysegraph** (T-Graph) ist ein gerichteter Graph mit einer Menge von Knoten $\mathcal{V} = \{V_i\}$ und Kanten $\mathcal{E} = \{E_i\}$
 - Mit genau einer **Quelle** und einer **Senke**
 - Jede Kante ist Bestandteil eines Pfades P von der Senke zur Quelle→ Jeder Kante wird ihre WCET e_i zugeordnet
- ⚠ Verzweigungen benötigen **Dummy-Kanten** d_i

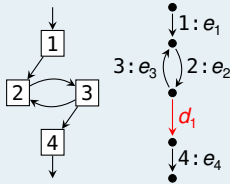
Sequenz



Verzweigung



Schleife



Graphentheorie annotiert Kosten klassischerweise **an Kanten**





Abbildung $f : \mathcal{E} \mapsto \mathcal{R}$ heißt **Zirkulation**, falls sie den Fluss erhält

- Kanten wird die **Zahl der Ausführungen** f_i als Fluss zugeordnet
- **Flusserhaltung**: Jeder Knoten wird gleich oft betreten und verlassen
 - Erfordert die Einführung einer Rückkehrkante E_e mit $f_e = 1$





Abbildung $f : \mathcal{E} \mapsto \mathcal{R}$ heißt **Zirkulation**, falls sie den Fluss erhält

- Kanten wird die **Zahl der Ausführungen** f_i als Fluss zugeordnet
- **Flusserhaltung**: Jeder Knoten wird gleich oft betreten und verlassen
 - Erfordert die Einführung einer Rückkehrkante E_e mit $f_e = 1$

■ Ausschluss ungültiger Abarbeitungen durch **Flussrestriktionen**

- Formulierung als **Nebenbedingungen** des Optimierungsproblems
- Beschränkung der maximalen Anzahl von Schleifendurchläufen



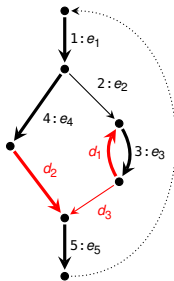


Abbildung $f : \mathcal{E} \mapsto \mathcal{R}$ heißt **Zirkulation**, falls sie den Fluss erhält

- Kanten wird die **Zahl der Ausführungen** f_i als Fluss zugeordnet
- **Flusserhaltung**: Jeder Knoten wird gleich oft betreten und verlassen
 - Erfordert die Einführung einer Rückkehrkante E_e mit $f_e = 1$

■ Ausschluss ungültiger Abarbeitungen durch **Flussrestriktionen**

- Formulierung als **Nebenbedingungen** des Optimierungsproblems
- Beschränkung der maximalen Anzahl von Schleifendurchläufen



■ Beispiel

- $f_1 = f_2 + f_4$ wird durch die Zirkulation garantiert



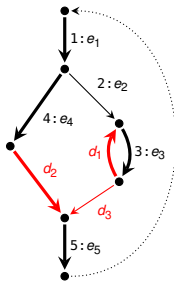


Abbildung $f : \mathcal{E} \mapsto \mathcal{R}$ heißt **Zirkulation**, falls sie den Fluss erhält

- Kanten wird die **Zahl der Ausführungen** f_i als Fluss zugeordnet
- **Flusserhaltung**: Jeder Knoten wird gleich oft betreten und verlassen
 - Erfordert die Einführung einer Rückkehrkante E_e mit $f_e = 1$

■ Ausschluss ungültiger Abarbeitungen durch **Flussrestriktionen**

- Formulierung als **Nebenbedingungen** des Optimierungsproblems
- Beschränkung der maximalen Anzahl von Schleifendurchläufen



■ Beispiel

- $f_1 = f_2 + f_4$ wird durch die Zirkulation garantiert
- gültige Zirkulation: $\{E_1, E_4, d_2, E_5, E_e\} \cup \{E_3, d_1\}$
 - aber **keine gültige Abarbeitung**



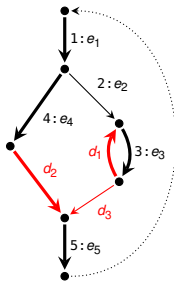


Abbildung $f : \mathcal{E} \mapsto \mathcal{R}$ heißt **Zirkulation**, falls sie den Fluss erhält

- Kanten wird die **Zahl der Ausführungen** f_i als Fluss zugeordnet
- **Flusserhaltung**: Jeder Knoten wird gleich oft betreten und verlassen
 - Erfordert die Einführung einer Rückkehrkante E_e mit $f_e = 1$

■ Ausschluss ungültiger Abarbeitungen durch **Flussrestriktionen**

- Formulierung als **Nebenbedingungen** des Optimierungsproblems
- Beschränkung der maximalen Anzahl von Schleifendurchläufen

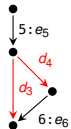
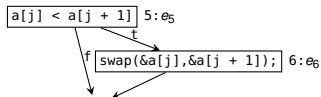


■ Beispiel

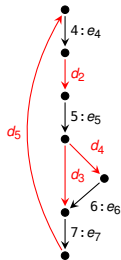
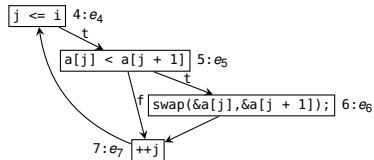
- $f_1 = f_2 + f_4$ wird durch die Zirkulation garantiert
- gültige Zirkulation: $\{E_1, E_4, d_2, E_5, E_e\} \cup \{E_3, d_1\}$
 - aber **keine gültige Abarbeitung**
- Flussrestriktion $f_3 \leq 5f_2$ löst dieses Problem
 - wird E_2 nicht abgearbeitet, so gilt $f_3 \leq 5 \cdot 0 = 0$
 - hier: Beschränkung auf 5 Schleifendurchläufe
 - Nebenbedingung des Optimierungsproblems



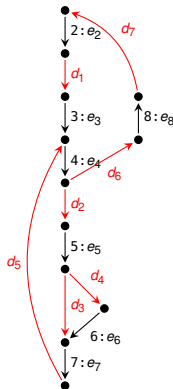
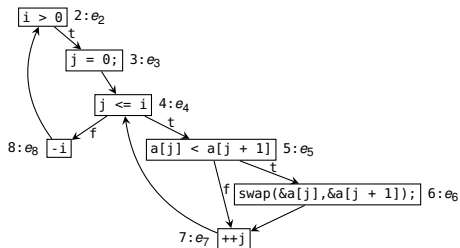
Beispiel: Bubblesort



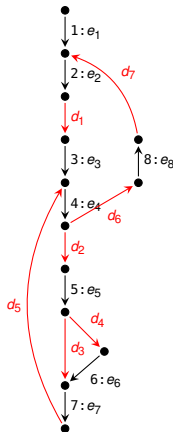
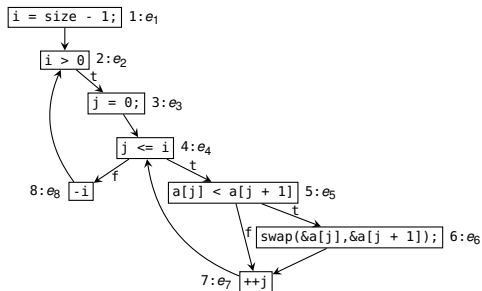
Beispiel: Bubblesort



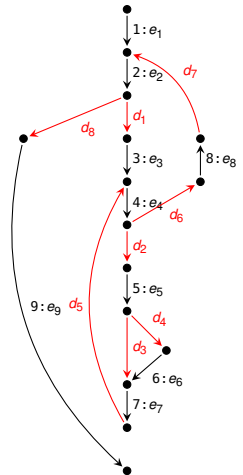
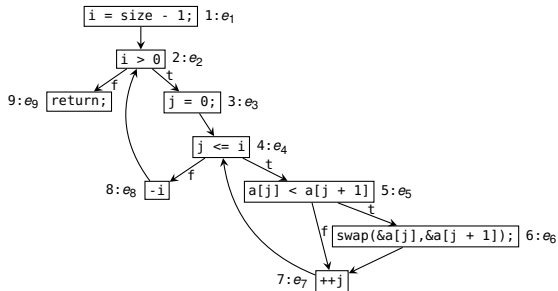
Beispiel: Bubblesort



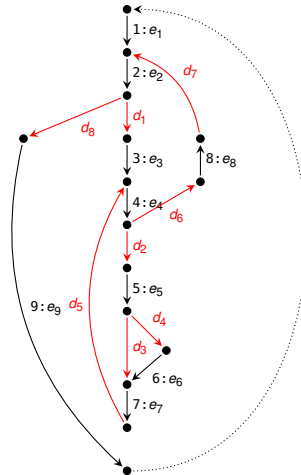
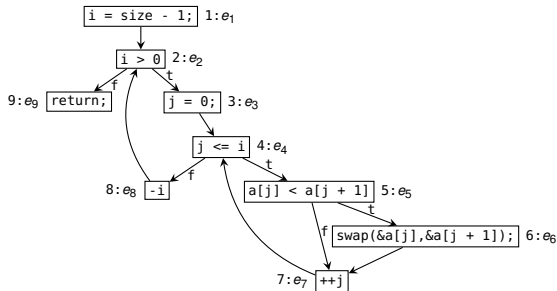
Beispiel: Bubblesort



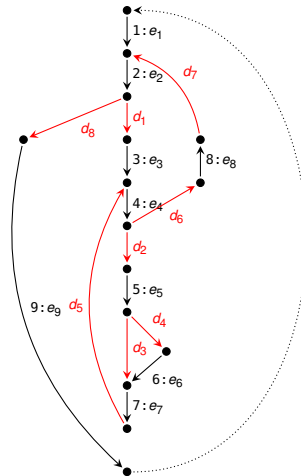
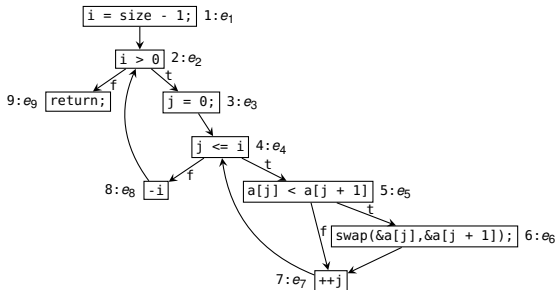
Beispiel: Bubblesort



Beispiel: Bubblesort



Beispiel: Bubblesort



- Flussrestriktionen, die sich aus Schleifen ergeben:
 - Äußere Schleife: $f_2 \leq (size - 1)f_1$
 - Innere Schleife: $f_4 \leq (size - 1)f_3$
- Flussrestriktionen, die sich aus Verzweigungen ergeben:
 - Bedingte Vertauschung: $f_{d_3} + f_6 = f_7$





Zielfunktion: Maximierung des gewichteten Flusses

$$\text{WCET}_e = \max_{(f_1, \dots, f_e)} \sum_{E_i \in \mathcal{E}} f_i e_i$$

→ der Vektor (f_1, \dots, f_e) maximiert die Ausführungszeit



Ganzzahliges Lineares Optimierungsproblem



Zielfunktion: Maximierung des gewichteten Flusses

$$\text{WCET}_e = \max_{(f_1, \dots, f_e)} \sum_{E_i \in \mathcal{E}} f_i e_i$$

→ der Vektor (f_1, \dots, f_e) maximiert die Ausführungszeit



Nebenbedingungen: Garantieren tatsächlich mögliche Ausführungen

- **Flusserhaltung** für jeden Knoten des T-Graphen

$$\sum_{E_j^+ = V_i} f_j = \sum_{E_k^- = V_i} f_k$$

- **Flussrestriktionen** für alle Schleifen des T-Graphen, z.B.

$$f_2 \leq (\text{size} - 1) f_1$$

- **Rückkehrkante** kann nur einmal durchlaufen werden: $f_{E_e} = 1$



- Betrachtet implizit alle Pfade des Kontrollflussgraphen
 - Erzeugung des Zeitanalysegraphen
 - Überführung in ganzzahliges lineares Optimierungsproblem



- Betrachtet implizit alle Pfade des Kontrollflussgraphen
 - Erzeugung des Zeitanalysegraphen
 - Überführung in ganzzahliges lineares Optimierungsproblem

- Vorteile
 - + Möglichkeit komplexer Flussrestriktionen
 - z. B. sich ausschließende Äste aufeinanderfolgender Verzweigungen
 - + Nebenbedingungen für das ILP sind leicht aufzustellen
 - + Viele Werkzeuge zur Lösung von ILPs verfügbar



- Betrachtet implizit alle Pfade des Kontrollflussgraphen
 - Erzeugung des Zeitanalysegraphen
 - Überführung in ganzzahliges lineares Optimierungsproblem
- Vorteile
 - + Möglichkeit komplexer Flussrestriktionen
 - z. B. sich ausschließende Äste aufeinanderfolgender Verzweigungen
 - + Nebenbedingungen für das ILP sind leicht aufzustellen
 - + Viele Werkzeuge zur Lösung von ILPs verfügbar
- Nachteile
 - Lösen eines ILP ist im Allgemeinen **NP-hart**
 - Flussrestriktionen sind kein Allheilmittel
 - Beschreibung der Ausführungsreihenfolge ist problematisch



1 Problemstellung

2 Messbasierte WCET-Analyse

3 Statische WCET-Analyse

- Problemstellung

- Timing Schema

- Implicit Path Enumeration Technique

4 Hardware-Analyse

- Die Maschinenprogrammebene

- Cache-Analyse

- Werkzeugunterstützung

5 Zusammenfassung





Grundproblem: Ausführungszyklen von Instruktionen zählen

```
1  _getop:
2      link    a6,#0           // 16 Zyklen
3      moveml  #0x3020,sp@-    // 32 Zyklen
4      movel   a6@(8),a2       // 16 Zyklen
5      movel   a6@(12),d3      // 16 Zyklen
```

Quelle: Peter Puschner [2]

■ Ergebnis: $e_{\text{getop}} = 80$ Zyklen

■ Annahmen:

- Obere Schranke für jede Instruktion
- Obere Schranke der Sequenz durch Summation



WCET eines Code-Schnipsels?

Werte der Grundblöcke sind Eingabe für die Flussanalyse



Grundproblem: Ausführungszyklen von Instruktionen zählen

```
1  _getop:
2    link    a6,#0          // 16 Zyklen
3    moveml  #0x3020,sp@-   // 32 Zyklen
4    movel   a6@(8),a2      // 16 Zyklen
5    movel   a6@(12),d3     // 16 Zyklen
```

Quelle: Peter Puschner [2]

■ Ergebnis: $e_{\text{getop}} = 80$ Zyklen

■ Annahmen:

- Obere Schranke für jede Instruktion
- Obere Schranke der Sequenz durch Summation



Äußerst pessimistisch und zum Teil falsch

■ **Falsch** für Prozessoren mit Laufzeitanomalien

- WCET der Sequenz $>$ Summe der WCETs aller Instruktionen

■ **Pessimistisch** für moderne Prozessoren

- Pipeline, Cache, Branch Prediction, Prefetching, ... haben großen Anteil an der verfügbaren Rechenleistung heutiger Prozessoren
- Blanke Summation einzelner WCETs ignoriert diese Maßnahmen





Hardware-Analyse teilt sich in verschiedene Phasen

- Aufteilung ist nicht dogmenhaft festgeschrieben





Hardware-Analyse teilt sich in verschiedene Phasen

- Aufteilung ist nicht dogmenhaft festgeschrieben

■ Integration von Pfad- und Cache-Analyse

1 Pipeline-Analyse

- Wie lange dauert die Ausführung der Instruktionssequenz?

2 Cache- und Pfad-Analyse sowie WCET-Berechnung

- Cache-Analyse wird direkt in das Optimierungsproblem integriert





Hardware-Analyse teilt sich in verschiedene Phasen

- Aufteilung ist nicht dogmenhaft festgeschrieben

■ Integration von Pfad- und Cache-Analyse

1 Pipeline-Analyse

- Wie lange dauert die Ausführung der Instruktionssequenz?

2 Cache- und Pfad-Analyse sowie WCET-Berechnung

- Cache-Analyse wird direkt in das Optimierungsproblem integriert

■ Separate Pfad- und Cache-Analyse

1 Cache-Analyse

- Kategorisiert Speicherzugriffe mit Hilfe einer Datenflussanalyse

2 Pipeline-Analyse

- Ergebnisse der Cache-Analyse werden anschließend berücksichtigt

3 Pfad-Analyse und WCET-Berechnung





Cache: ein kleiner, schneller Zwischenspeicher

- Zugriffszeiten variieren je nach Zustand des Caches enorm:

Treffer (engl. *hit*), Daten/Instruktion sind im Cache $\leadsto e_h$

Fehlschlag (engl. *miss*), Daten/Instruktion sind nicht im Cache $\leadsto e_m$



 **Cache:** ein kleiner, schneller Zwischenspeicher

- Zugriffszeiten variieren je nach Zustand des Caches enorm:

Treffer (engl. *hit*), Daten/Instruktion sind im Cache $\leadsto e_h$

Fehlschlag (engl. *miss*), Daten/Instruktion sind nicht im Cache $\leadsto e_m$

 **Hits** sind schneller als **Misses**: $e_m \gg e_h$

→ Strafe liegt schnell bei > 100 Taktzyklen

 **Cache:** ein kleiner, schneller Zwischenspeicher

- Zugriffszeiten variieren je nach Zustand des Caches enorm:

Treffer (engl. *hit*), Daten/Instruktion sind im Cache $\leadsto e_h$

Fehlschlag (engl. *miss*), Daten/Instruktion sind nicht im Cache $\leadsto e_m$

 **Hits** sind schneller als **Misses**: $e_m \gg e_h$

→ Strafe liegt schnell bei > 100 Taktzyklen

- Eigenschaften von Caches mit Einfluss auf deren Analyse

Typ ■ Cache für **Instruktionen**

■ Cache für **Daten**

■ **kombinierter** Cache für **Instruktionen und Daten**

Auslegung ■ **direkt abgebildet** (engl. *direct mapped*)

■ **vollassoziativ** (engl. *fully associative*)

■ **satz- oder mengenassoziativ** (engl. *set associative*)

Seitenersetzungsstrategie

■ engl. *(pseudo) least recently used*, (Pseudo-)LRU

■ engl. *(pseudo) first in first out*, (Pseudo-)FIFO



- Wissen ob eine Instruktion / ein Datum im Cache ist, oder nicht:

must, die Instruktion ist **garantiert im Cache**

- man kann immer die schnellere Ausführungszeit e_h annehmen
- wird für die Vorhersage von Treffern verwendet



- Wissen ob eine Instruktion / ein Datum im Cache ist, oder nicht:

must, die Instruktion ist **garantiert im Cache**

- man kann immer die schnellere Ausführungszeit e_h annehmen
 - wird für die Vorhersage von Treffern verwendet

may, die Instruktion ist **vielleicht im Cache**

- ist dies nicht der Fall, muss man die Ausführungszeit e_m annehmen
 - wird für die Vorhersage von Fehlschlägen verwendet



- Wissen ob eine Instruktion / ein Datum im Cache ist, oder nicht:

must, die Instruktion ist **garantiert im Cache**

- man kann immer die schnellere Ausführungszeit e_h annehmen
 - wird für die Vorhersage von Treffern verwendet

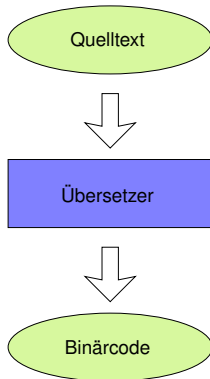
may, die Instruktion ist **vielleicht im Cache**

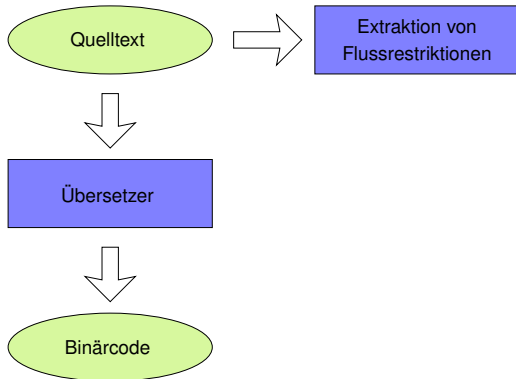
- ist dies nicht der Fall, muss man die Ausführungszeit e_m annehmen
 - wird für die Vorhersage von Fehlschlägen verwendet

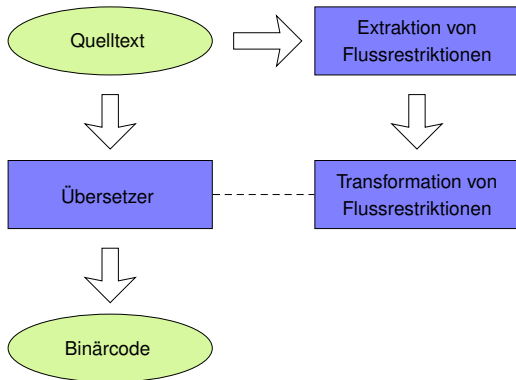
persistent, die Instruktion **verbleibt im Cache**

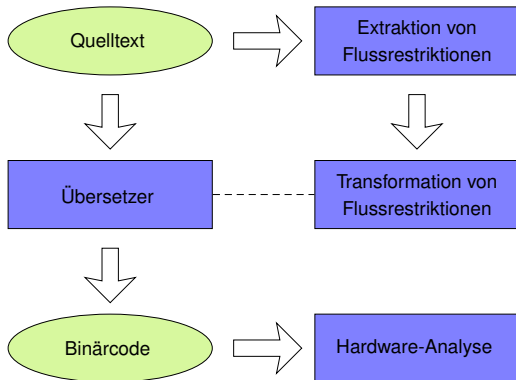
- erster Zugriff ist ein Fehlschlag, alle weiteren sind Treffer
- erster Zugriff: e_m , weitere Zugriffe: e_h
 - ist besonders für Schleifen interessant, die den Cache „füllen“

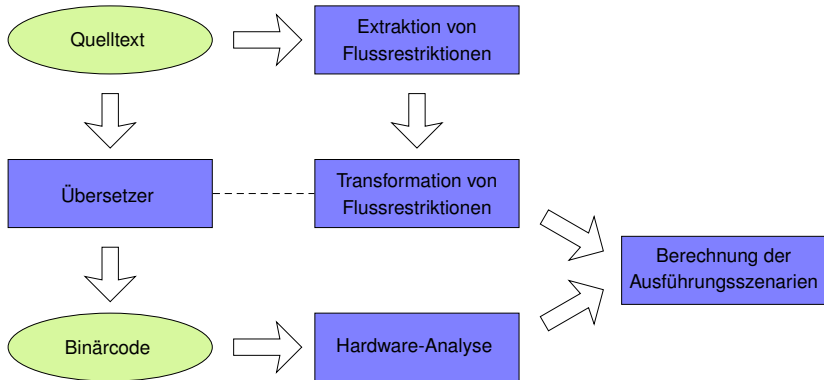




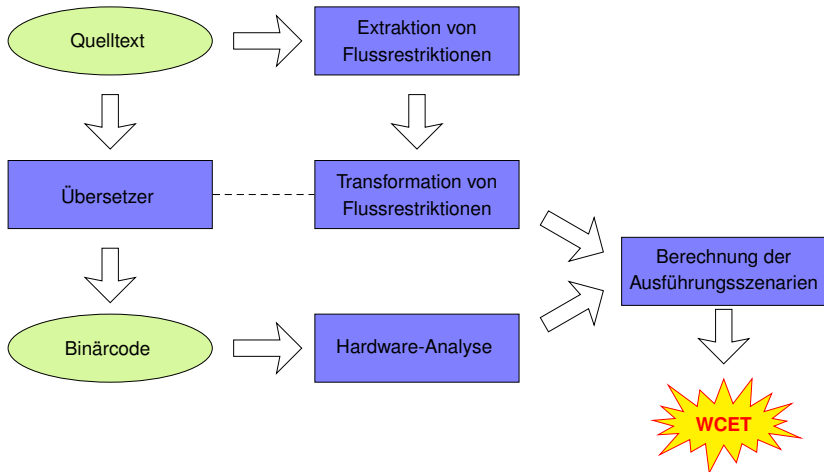




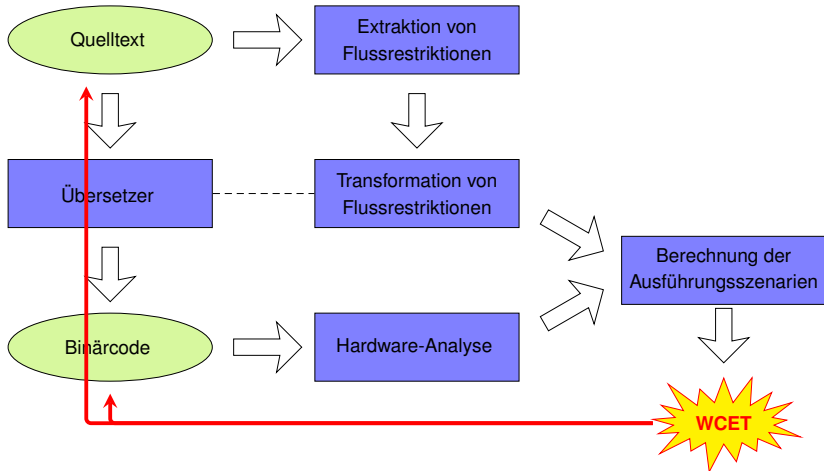




Werkzeugkette für die WCET-Analyse [3]



Werkzeugkette für die WCET-Analyse [3]



1 Problemstellung

2 Messbasierte WCET-Analyse

3 Statische WCET-Analyse

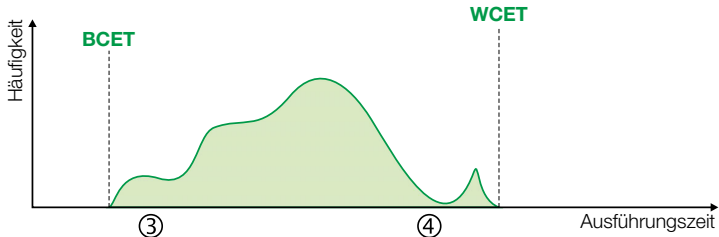
- Problemstellung
- Timing Schema
- Implicit Path Enumeration Technique

4 Hardware-Analyse

- Die Maschinenprogrammebene
- Cache-Analyse
- Werkzeugunterstützung

5 Zusammenfassung





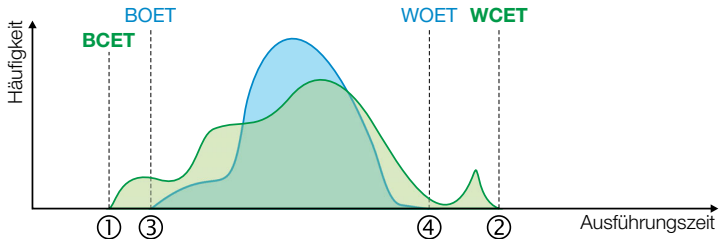
WCET-Bestimmung gliedert sich grob in zwei Teilprobleme

- **Programmiersprachenebene** (makroskopisch) \leadsto finde die längsten Pfade durch ein Programm
- **Maschinenprogrammebene** (mikroskopisch) \leadsto bestimme die WCET der Elementaroperationen



Tatsächliche Ausführungszeit: **BCET / WCET**





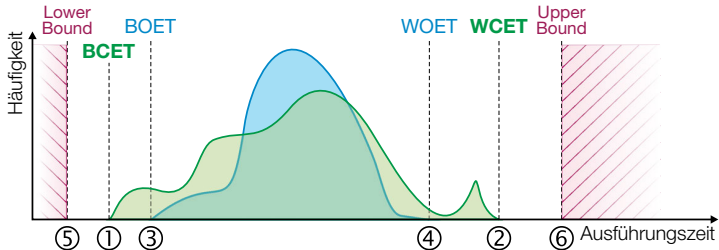
Dynamische Analyse \mapsto Beobachtung der Ausführungszeit

- Messung bezieht beide Ebenen mit ein
- Vollständige Messung im Allgemeinen **nicht möglich** \leadsto **Unterapproximation**



Gemessene Ausführungszeit: **BOET / WOET**





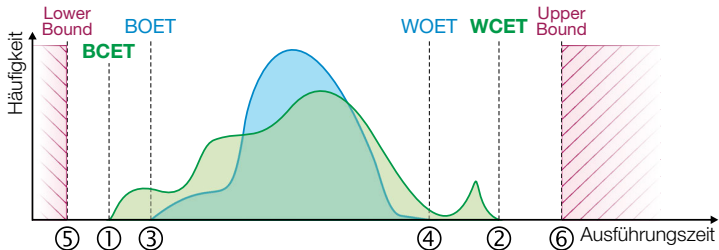
Statische Analyse \rightarrow schätzt die Ausführungszeit

- Pfadanalyse (Programmiersprachenebene)
- Lösungswege: Abstraktion (Timing Schema vs. IPET)
- Gibt pessimistische Schranken an \leadsto **Überapproximation**



Geschätzte Ausführungszeitgrenzen: **Lower-** / **Upper Bound**





Hardware-Analyse \mapsto Eingaben für die WCET-Berechnung

- Hauptaufgaben: Cache- und Pipeline-Analyse
- must-Approximation und may-Approximation



Werkzeugunterstützung kombiniert Ebenen und macht die WCET-Analyse handhabbar



- [1] Ferdinand, C. ; Heckmann, R. ; Wolff, H.-J. ; Renz, C. ; Parshin, O. ; Wilhelm, R. :
Towards model-driven development of hard real-time systems.
In: *Model-Driven Development of Reliable Automotive Services*.
Springer, 2008, S. 145–160

- [2] Puschner, P. :
Zeitanalyse von Echtzeitprogrammen.
Treitlstr. 1-3/182-1, 1040 Vienna, Austria, Technische Universität Wien, Institut für Technische Informatik, Diss., 1993

- [3] Puschner, P. ; Huber, B. :
Zeitanalyse von sicherheitskritischen Echtzeitsystemen.
<http://ti.tuwien.ac.at/rts/teaching/courses/wcet, 2012.> –
Lecture Notes

- [4] Wilhelm, R. :
Embedded Systems.
<http://react.cs.uni-sb.de/teaching/embedded-systems-10-11/lecture-notes.html>,
2010. –
Lecture Notes



Typographische Konvention

Der erste Index gibt die Aufgabe an (z.B. D_i), der Zweite (optional) bezieht sich auf den Arbeitsauftrag (z.B. $d_{i,j}$). Exponenten zeigen verschiedene Varianten einer Eigenschaft an (z.B. T^{HI}, T^{MED}, T^{LO}). Funktionen beschreiben zeitlich variierende Eigenschaften (z.B. $P(t)$).

Eigenschaften

- t (Real-)Zeit
- d Zeitverzögerung (engl. delay)

Strukturelemente

- E_i Ereignis (engl. event)
- R_i Ergebnis (engl. result)
- T_i Aufgabe (engl. task)
- $J_{i,j}$ Arbeitsauftrag (engl. job) der Aufgabe T_i

Temporale Eigenschaften

Allgemein

- r_i Auslösezeitpunkt
(engl. release time)
- e_i Maximale Ausführungszeit (WCET)
- D_i Relativer Termin (engl. deadline)
- d_i Absoluter Termin
- ω_i Antwortzeit (engl. response time)
- σ_i Schlupf (engl. slack)

