

Echtzeitsysteme

Ereignisgesteuerte Ablaufplanung periodischer Echtzeitsysteme

Peter Ulbrich

Lehrstuhl für Verteilte Systeme und Betriebssysteme
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
https://www4.cs.fau.de/Lehre/WS18/V_EZS/

22. November 2018



- Was sind die **Prioritäten** der ereignisorientierten Einplanung?
 - Welche Kriterien werden auf Prioritäten abgebildet?
 - **Statische** und **dynamische Verfahren** zur Bestimmung von Prioritäten
 - Wie geht man mit einer knappen Anzahl von Systemprioritäten um?

- Optimalität ereignisgesteuerter Ablaufplanung
 - Wie schlagen sich die vorgestellten Verfahren?
 - Wo liegen die Grenzen ereignisgesteuerter Ablaufplanung?

- Beurteilung der **Planbarkeit ereignisgesteuerter Systeme**?
 - Mit Hilfe der **maximalen, kumulativen CPU-Auslastung**
 - Fertigstellung von Aufträgen? \rightsquigarrow **Antwortzeitanalyse**
 - Wie wirken sich zu wenige Systemprioritäten aus?



1 Einplanung

- Gebräuchliche Verfahren
- Statische Prioritäten
- Prioritätsabbildung
- Dynamische Prioritäten

2 Optimalität

- RM, DM & EDF
- Ereignisgesteuerte Ablaufplanung

3 Planbarkeitsanalyse

- CPU-Auslastung
- Antwortzeitanalyse
- Prioritätsabbildung

4 Zusammenfassung




Kriterien der Prioritätsvergabe

Statische Prioritäten

- RM** Rate Monotonic (dt. *Ratenmonoton*) Folie 5 ff
→ Je kürzer die **Periode**, desto höher die Priorität
- DM** Deadline Monotonic (dt. *Fristenmonoton*) Folie 7 ff
→ Je kürzer der **relative Termin**, desto höher die Priorität

Dynamische Prioritäten

- EDF** Earliest Deadline First (dt. *Frühester Termin zuerst*) Folie 13 ff
→ Je früher der **Termin**, desto höher die Priorität
- LRT** Latest Release-Time First (dt. *Späteste Auslösezeit zuerst*)  Folie ??
→ Je später die Auslösezeit, desto höher die Priorität
→ **Eigenstudium**
- LST** Least Slack-Time First (dt. *Kleinste Schlupfzeit zuerst*)  Folie ??
→ Je kürzer die Schlupfzeit, desto höher die Priorität
→ **Eigenstudium**





Einplanung gemäß Ausführungsrate

Rate $1/p_i$ einer Aufgabe T_i ist die Inverse ihrer Periode p_i

- Bezogen auf die Auslöserate von Arbeitsaufträgen in T_i

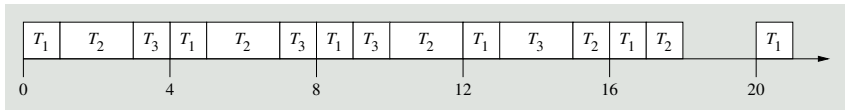
→ Je kleiner die Periode, desto höher die **Priorität** P_i von T_i

- **Beispiel:** $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2)$, $T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p = \{4, 5, 20\}$, Ausführungszeiten $e = \{1, 2, 5\}$

⚠ Termin und Phase optional bei $D_i = p_i$ und $\phi_i = 0$

- **Ablaufplan:**

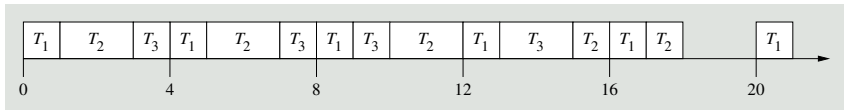


Arbeitsaufträge werden in ihren Aufgabenperioden ausgeführt

→ RM lässt Prozessor bei ausführerbereiten Aufträgen nicht untätig



Beispiel: $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2)$, $T_3 = (20, 5)$



- 1** T_1 hat die höchste Rate \mapsto höchste Priorität P_1^{hi}
 - Alle Arbeitsaufträge $J_{i,j}$ von T_1 werden ausgelöst
- 2** T_2 hat die zweithöchste Priorität P_2^{med} und folgt T_1
 - Arbeitsaufträge von T_2 laufen im Hintergrund von T_1
 - T_2 startet nach dem ersten Durchlauf von T_1
 - T_2 wird zum Zeitpunkt $t = 16$ von T_1 verdrängt
- 3** T_3 hat die dritthöchste Priorität P_3^{lo} und folgt T_2
 - Aufträge von T_3 laufen im Hintergrund von T_1 und T_2
 - T_3 läuft nur, wenn kein Auftrag von T_1 und T_2 ausführbar ist
- 4** **Untätigkeit** im Zeitintervall $[18, 19]$
 - Keine ausführbaren Arbeitsaufträge



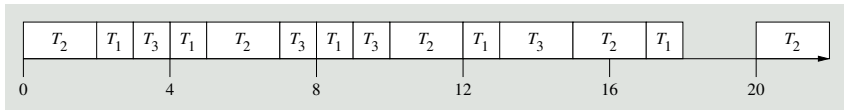
Einplanung gemäß Termin

DM = RM wenn gilt: $D_i = p_i$

- Beispiel Folie IV-2/5: $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2)$, $T_3 = (20, 5)$
 - Entspricht $T_1 = (4, 1, 4)$, $T_2 = (5, 2, 5)$, $T_3 = (20, 5, 20)$
 - Relativer Termin und Periode jeder Aufgabe sind identisch

- **Beispiel:** $T_1 = (4, 1)$, $T_2 = (5, 2, 3)$, $T_3 = (20, 5)$
 - Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$, Ausführungszeiten $e_i = \{1, 2, 5\}$
 - Relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

- **Ablaufplan:**



Bei beliebigen relativen Terminen arbeitet DM besser als RM

→ DM liefert zulässige Abläufe in Fällen in denen RM scheitert





EZ-Betriebssysteme unterstützen typischerweise nur eine begrenzte Anzahl von **Prioritätsebenen**:

8 im IEEE 802.5 *token ring* [5]

32 im alten QNX, ab Neutrino 256 [4]

140 in Linux 2.5 (mit Ebenen 1–100 reserviert für Echtzeitprozesse)

256 in VxWorks [12] und vielen anderen Echtzeitbetriebssystemen



Wertebereich ist **implementierungsabhängig**: Bitfeld, char

Uneindeutige Prioritäten



Mehr Prioritätsebenen erforderlich, als gegebene Systemplattform unterstützt

- Anzahl unterschiedlicher (eindeutiger) Task-/Jobprioritäten übersteigt die Anzahl unterschiedlicher Prioritäten im System
- Task-/Jobprioritäten lassen sich nicht eindeutig abbilden
- **Uneindeutige Prioritäten** (engl. *nondistinct priorities*)



Ω_n Anzahl der **logischen Prioritäten** (Aufgaben/Aufträge)

- $1, 2, \dots, \Omega_n$ mit 1 als höchste und Ω_n als niedrigste Priorität

Ω_s Anzahl der **Systemprioritäten**

- $P_1, P_2, \dots, P_{\Omega_s}$ mit P_k ($1 \leq k \leq \Omega_s$) im Bereich $[1, \Omega_n]$
- Zusätzlich gilt: $P_j < P_k$ wenn $j < k$

- Menge $\{P_1, P_2, \dots, P_{\Omega_s}\}$ ist **Prioritätsraster**, auf welches die logischen Prioritäten abgebildet werden:
 - Logische Priorität 1 auf P_1
 - Logische Prioritäten im Bereich $]P_{k-1}, P_k]$ auf P_k für $1 < k \leq \Omega_s$



Aufträge werden **gemäß ihrer Systempriorität** P_k abgearbeitet



Abbildung kann **gleichmäßig** oder **ungleichmäßig** definiert sein





Prioritätsraster **uniform** auf logische Prioritäten legen:

- Sei Q definiert als Ganzzahl $\lfloor \Omega_n / \Omega_s \rfloor$, dann ist die Systempriorität $P_k = k \cdot Q$ für $k = 1, 2, \dots, \Omega_s - 1$ und $P_{\Omega_s} = \Omega_n$
- Für einen Block von max. Q logischen Prioritäten:
 - Die ersten Q Tasks/Jobs werden abgebildet auf $P_1 = Q$
 - Die nächsten Q Tasks/Jobs werden abgebildet auf $P_2 = 2Q$
 - Bis alle logischen Prioritäten **gerastert** worden sind

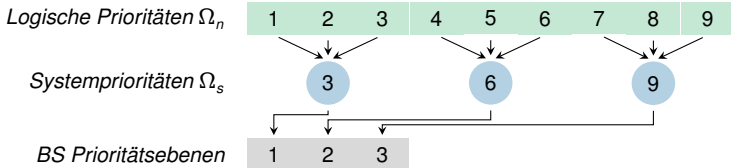


Aufgaben verschiedener logischer Prioritäten liegen auf einer Prioritätsebene

- Sie erhalten dieselbe physische Systempriorität
- Aufträge dieser Aufgaben sind einer **linearen Abbildung** unterworfen
- Wichtung erhalten sie durch ihre Position in der linearen Ordnung



- **Beispiel:** Aufgaben mit logischen Prioritäten $1, 2, \dots, 9$ auf ein System mit Prioritätsebenen $1, 2, 3$ abbilden ($Q = 9/3 = 3$):



- $[1, 3] \mapsto P_1 = 3$
- $[4, 6] \mapsto P_2 = 6$
- $[7, 9] \mapsto P_3 = 9$

Problem Fairness:

Aufgaben hoher logischer Priorität werden ggf. gleich behandelt wie solche mit niedrigerer logischer Priorität.

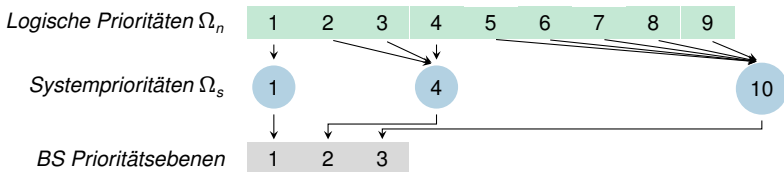
Abbildung durch ungleichmäßige Verteilung

(engl. *non-uniform mapping*)



Prioritätsraster **ungleichmäßig** auf logischer Prioritäten legen:

- Methode des *constant ratio mapping* [6]
- Ziel: Verhältnis $(P_{i-1} + 1)/P_i$ für $i = 2, 3, \dots, \Omega_s$ bleibt gleich
- Hohen logischen Prioritäten werden mehr Prioritätsebenen reserviert
- Bessere Feinabstufung höher priorisierter Aufgaben



■ **Beispiel** (vgl. IV-2/11): $\Omega_n = 9$, $\Omega_s = 3$, Verhältnis: $1/2$

- P_1 wird direkt abgebildet
- $(P_1 + 1)/P_2 = 2/4 = 1/2$
- $(P_2 + 1)/P_3 = 5/10 = 1/2$



Einplanung gemäß absolutem Termin

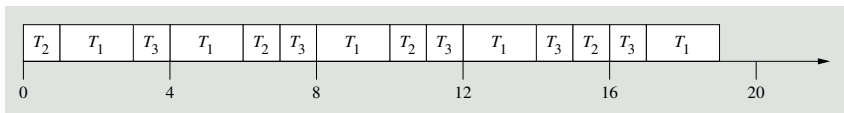
Ordnet Arbeitsaufträge nach ihrem **absoluten Termin d**

- Je näher der absolute Termin, umso höher die Priorität
- Verschiedene Aufträge derselben Aufgabe mit unterschiedlicher Priorität

■ **Beispiel:** $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$, Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- Relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

■ **Ablaufplan:**



Arbeitsaufträge werden möglichst auslösezeitnah gestartet

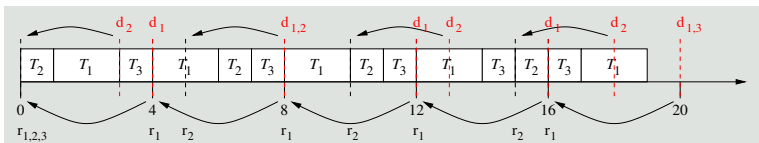
- Lässt den Prozessor bei ausführerbereiten Aufträgen nicht untätig





EDF – Frühester Termin zuerst (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$



$T_1 = (4, 2)$

- t_0 Auslösung, $d_1 = 4$
- t_1 Start – t_3 Ende
- t_4 Auslösung, $d_1 = 8$, Start
- t_6 Ende
- t_8 Auslösung, $d_1 = 12$, Start
- t_{10} Ende
- t_{12} Auslösung, $d_1 = 16$, Start
- t_{14} Ende
- t_{16} Auslösung, $d_1 = 20$
- t_{17} Start – t_{19} Ende

$T_2 = (5, 1, 3)$

- t_0 Auslösung, $d_2 = 3$, Start
- t_1 Ende
- t_5 Auslösung, $d_2 = 8$
- t_6 Start – t_7 Ende
- t_{10} Auslösung, $d_2 = 13$, Start
- t_{11} Ende
- t_{15} Auslösung, $d_2 = 18$, Start
- t_{16} Ende

$T_3 = (20, 5)$

- t_0 Auslösung, $d_3 = 20$
- t_3 Start – t_4 Verdrängung
- t_7 Fortsetzung
- t_8 Verdrängung
- t_{11} Fortsetzung
- t_{12} Verdrängung
- t_{14} Fortsetzung
- t_{15} Verdrängung
- t_{16} Fortsetzung
- t_{17} Ende





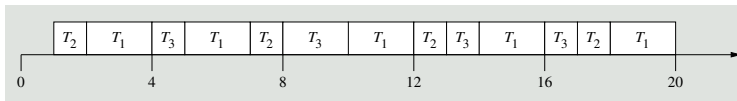
EDF umgekehrt \leadsto Arbeitsaufträge werden „rückwärts“ eingeplant

- Auslösezeiten sind Termine bzw. Termine sind Auslösezeiten

Aufgaben $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

Ablaufplan



- Arbeitsaufträge werden möglichst terminnah erfüllt
 - lässt den Prozessor ggf. untätig trotz ausführbereiter Aufträge
 - schiebt Jobs mit harten Echtzeitbedingungen nach hinten
 - schafft vorne Spiel für Jobs mit weichen/festen Echtzeitbedingungen





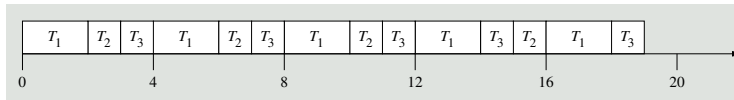
Schlupfzeit zum Zeitpunkt t

$$\begin{aligned} \text{slack}(J_i, t) &= r_i + D_i - t - \text{maturity}(J_i, t) \\ \text{maturity}(J_i, t) &= e_i - \text{elapsed time}(J_i, t) \end{aligned}$$

Aufgaben $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$

- Perioden $p_i = \{4, 5, 20\}$
- Ausführungszeiten $e_i = \{2, 1, 5\}$
- relative Termine $D_i = \{4, 3, 20\}$

Ablaufplan



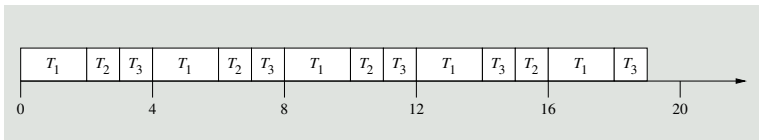
- benötigt Ausführungszeiten und Termine der Arbeitsaufträge
- Arbeitsaufträge werden möglichst auslösezeitnah gestartet
- lässt den Prozessor nicht untätig, wenn ausführbare Aufträge anstehen





LST — Least Slack-Time First (Forts.)

Beispiel: $T_1 = (4, 2)$, $T_2 = (5, 1, 3)$, $T_3 = (20, 5)$



	$J_{1,x}$			$J_{2,x}$			$J_{3,x}$		
	Job	Slack	maturity	Job	slack	maturity	Job	slack	maturity
t_0	$J_{1,1}$	2	0	$J_{2,1}$	2	0	$J_{3,1}$	15	0
t_4	$J_{1,2}$	2	0	-	-	-		12	1
t_5		1	1	$J_{2,2}$	2	0		11	1
t_8	$J_{1,3}$	2	0	-	-	-		9	2
t_{10}	-	-	-	$J_{2,3}$	2	0		7	2
t_{12}	$J_{1,4}$	2	0	-	-	-		6	3
t_{15}	-	-	-	$J_{2,4}$	2	0		4	4
t_{16}	$J_{1,5}$	2	0	-	-	-		3	4
t_{18}	-	-	-	-	-	-		1	4



- 1 Einplanung
 - Gebräuchliche Verfahren
 - Statische Prioritäten
 - Prioritätsabbildung
 - Dynamische Prioritäten
- 2 Optimalität
 - RM, DM & EDF
 - Ereignisgesteuerte Ablaufplanung
- 3 Planbarkeitsanalyse
 - CPU-Auslastung
 - Antwortzeitanalyse
 - Prioritätsabbildung
- 4 Zusammenfassung





Rahmenbedingungen

Der RM-Algorithmus ist **optimal** für Systeme unter den Bedingungen:

- Voraussetzungen **A1 - A7** sind erfüllt (siehe Folie IV-1/9 bzw. 43)
- Aufgaben sind in **Phase** (engl. *synchron*) (d.h. $\phi_i = 0$)
- Alle Perioden sind harmonisch \mapsto **Einfach periodisches** (engl. *simple periodic*) Aufgabensystem (d.h. $p_i = k \cdot p_1$)



Die Planbarkeit ist unabhängig von der Zahl der Aufgaben bis zu einer CPU-Auslastung (s. Folie 26) von 100 % garantiert

- **Beweisidee** (Baruah [1])
 - Gegeben sei ein System mit den Aufgaben $\{T_1, T_2, T_3, \dots, T_n\}$
 - Prioritäten $T_1 \succ T_2 \succ \dots \succ T_n$ (nicht RM-konform)
 - Erzeuge einen zulässigen Ablaufplan
 - Prioritäten können hinsichtlich RM umgeformt werden¹ ohne die Zulässigkeit des Ablaufplans zu zerstören

¹Die Prioritäten zweier Aufgaben T_1 und T_2 , die das RM-Schema verletzen (für die also $T_1 \succ T_2$ gilt, obwohl $p_1 > p_2$), lassen sich tauschen ohne dabei die Zulässigkeit des Systems zu zerstören.





Nichtoptimalität des RM-Algorithmus

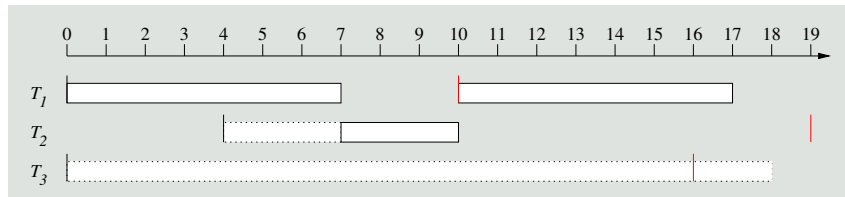
Rahmenbedingungen

Der RM-Algorithmus ist **nicht optimal** unter den Bedingungen:

- Voraussetzungen **A1 - A7** sind erfüllt (siehe Folie IV-1/9 bzw. 43)
- Aufgaben sind **phasenversetzt** (engl. *asynchron*) (d.h. $\exists \phi_i > 0$)
- Perioden **nicht harmonisch** \mapsto **Komplex periodisch** (engl. *complex periodic*)

■ Beweis (Baruah [1])

- Betrachte $T_1 = (10, 7, 10, 0)$, $T_2 = (15, 3, 15, 4)$, $T_3 = (16, 1, 16, 0)$
- RM: $T_1 \succ T_2 \succ T_3$



- T_3 verpasst bei t_{16} seinen Termin
- $T_1 \succ T_3 \succ T_2$ würde funktionieren





Nichtoptimalität des RM-Algorithmus

Rahmenbedingungen

Der RM-Algorithmus ist **nicht optimal** unter den Bedingungen:

- Voraussetzungen **A1 - A7** sind erfüllt (siehe Folie IV-1/9 bzw. 43)
- Aufgaben sind **phasenversetzt** (engl. *asynchron*) (d.h. $\exists \phi_i > 0$)
- Perioden **nicht harmonisch** \mapsto **Komplex periodisch** (engl. *complex periodic*)

■ Beweis (Baruah [1])

- Betrachte $T_1 = (10, 7, 10, 0)$, $T_2 = (15, 3, 15, 4)$, $T_3 = (16, 1, 16, 0)$
- RM: $T_1 \succ T_2 \succ T_3$
- T_3 verpasst bei t_{16} seinen Termin
- $T_1 \succ T_3 \succ T_2$ würde funktionieren



Hinreichende Planbarkeitsbedingung ist nunmehr nur bis zu einer Prozessorauslastung von $\ln(2) \approx 69,3\%$ gegeben

- CPU-Auslastung für n Aufgaben: $u = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{p_i} \leq n \cdot (\sqrt{2} - 1)$





Rahmenbedingungen

Der DM-Algorithmus ist optimal für Systeme, deren Aufgaben

- **synchron** sind,
- die Voraussetzungen **A1**, **A2**, sowie **A4** - **A7** einhalten und
- für deren Termine $D_i \leq p_i$ gilt.

Beweisidee (Baruah [1])

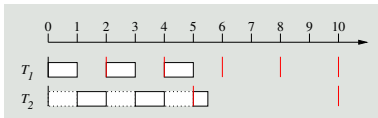
- Analog zum RM-Algorithmus



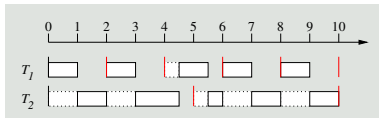
Nichtoptimalität statischer Prioritäten

☞ **Beispiel:** Betrachte $T_1 = (2, 1)$ und $T_2 = (5, 2.5)$

→ Sei $T_1 \succ T_2$ (RM-konform)



t_5 T_2 verpasst Termin



t_4 $T_2 \succ T_1$

t_{10} Hyperperiode

- Vor dem Zeitpunkt t_4 müsste gelten $T_1 \succ T_2$
- Zum Zeitpunkt t_4 müsste gelten $T_2 \succ T_1$

⚠ **Widerspruch zur statischen Vergabe von Prioritäten**



Rahmenbedingungen

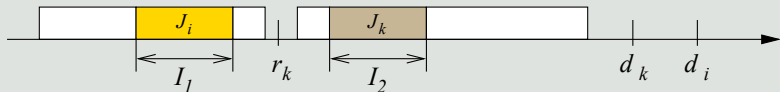
Der EDF-Algorithmus ist **optimal** unter den Bedingungen:

- Aufgaben haben beliebige Auslösezeiten
 - Sporadisch/periodisch
 - Synchron/asynchron
- Aufgaben besitzen beliebige Termine
 - Länger oder kürzer als die entsprechende Periode
- Voraussetzungen **A2** und **A4 - A7** sind erfüllt (siehe Folie IV-1/9 bzw. 43)

■ **Beweis** siehe Liu [8, S.67 f]:

→ Jeder **zulässige** Ablaufplan für solche Systeme lässt sich in einen EDF-Ablaufplan umformen





Beispiel einer Umformung eines Ablaufplans

- Betrachte alle Paare von Arbeitsaufträgen J_i und J_k
- Arbeitsauftrag J_i wird im Intervall I_1 , J_k im Intervall I_2 eingeplant
- Der Termin von J_k sei vor dem Termin von J_i : $d_k < d_i$
- Das Intervall I_1 liegt komplett vor I_2 : $I_1 < I_2$

Fall 1: $r_k \geq \text{Ende}(I_1)$

- J_k kann nicht in I_1 eingeplant werden
- Der Ablaufplan hat bereits EDF-Form

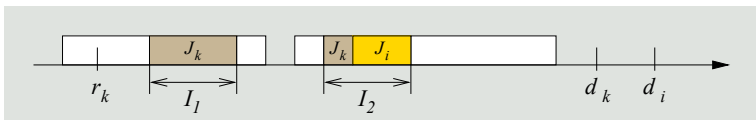


Fall 2: $r_k < \text{Ende}(I_1)$

(ohne Beschränkung der Allgemeinheit: $r_k \leq \text{Anfang}(I_1)$)

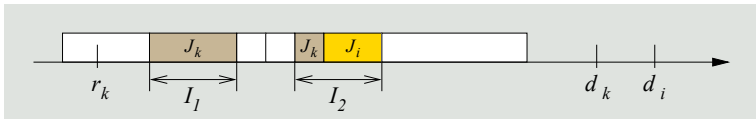
1 Tausche J_i und J_k

Fall 2a: $l_1 < l_2$ J_k passend stückeln (Verdrängung!), $l_1 > l_2$ analog



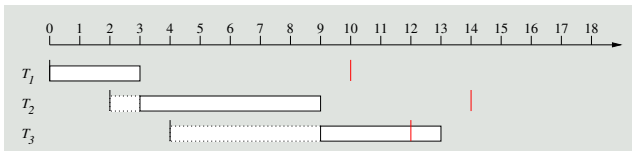
Fall 2b: $l_1 = l_2$ trivial

2 Verbliebene Ruheintervalle durch Verschiebung auffüllen

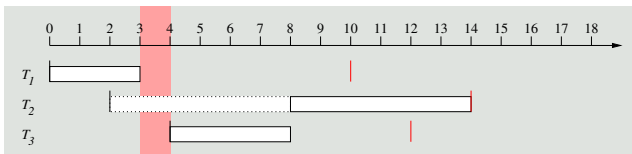


Beliebige (in diesem Fall nicht-verdrängbare) Aufgaben

- Beispiel: $T_1 = (10, 3, 10, 0)$, $T_2 = (14, 6, 12, 2)$, $T_3 = (12, 4, 8, 4)$



- ⚠ EDF versagt bei diesem System (**Achtung: A7 außer Kraft²**)



- 👉 Obwohl ein zulässiger Ablaufplan existiert

→ Dieser lässt allerdings den Prozessor kurz untätig

- ⚠ **Vorranggesteuerte Algorithmen sind stets gefräßig (engl. greedy)!**

²Dies ist nicht abwegig, da beispielsweise in Mehrkernsystemen die Verdrängbarkeit von Tasks auf unterschiedlichen Kernen i.A. nicht gegeben ist!



- 1 Einplanung
 - Gebräuchliche Verfahren
 - Statische Prioritäten
 - Prioritätsabbildung
 - Dynamische Prioritäten
- 2 Optimalität
 - RM, DM & EDF
 - Ereignisgesteuerte Ablaufplanung
- 3 Planbarkeitsanalyse
 - CPU-Auslastung
 - Antwortzeitanalyse
 - Prioritätsabbildung
- 4 Zusammenfassung



- Gegeben sei eine Menge periodischer Aufgaben $T_i = (p_i, e_i, D_i, \phi_i)$ mit

p_i der Periode

e_i der maximalen Ausführungszeit

D_i dem relativen Termin

ϕ_i der Phase

der jeweiligen Aufgabe.

Fragestellung:

Ist diese Menge von Aufgaben **zulässig**?



- CPU-Auslastung (engl. *loading factor*)
 - Zu welchem Prozentsatz wird der Prozessor **maximal** beansprucht?
 - Bevorzugte Methode für **dynamische Prioritäten**
- Zeitbedarfsanalyse (engl. *processor demand*) \leadsto **Eigenstudium** 🏠
 - Wieviel Rechenzeit wird innerhalb eines Zeitintervalls benötigt?
 - Neuere Methode für **dynamische Prioritäten**
- Antwortzeitanalyse (engl. *response time analysis*)
 - Wie lange benötigt eine Aufgabe **maximal** bis zur Fertigstellung?
 - Präzise Methode für **statische Prioritäten**
- Simulation (engl. *simulation*) \leadsto **Eigenstudium** 🏠
 - Wird in einem bestimmten Intervall eine Deadline verfehlt?
 - Bevorzugte Methode für **statische Prioritäten**



CPU-Auslastung (engl. utilisation)

Bestimmung der CPU-Auslastung

Die CPU-Auslastung $u_{[t_1, t_2[}$ einer Menge von Arbeitsaufträgen während eines Intervalls $[t_1, t_2[$, ist der Anteil des Rechenzeitbedarfs $h_{[t_1, t_2[}$, der nötig ist, um diese Arbeitsaufträge auszuführen:

$$u_{[t_1, t_2[} = \frac{h_{[t_1, t_2[}}{t_2 - t_1}$$



Für die Zulässigkeit einer Menge von Aufgaben T ist die maximale CPU-Auslastung (engl. *maximum utilisation*) entscheidend

→ Maximale CPU-Auslastung über alle Intervalle $[t_1, t_2[$

Maximale CPU-Auslastung

$$u = \max_{0 \leq t_1 < t_2} u_{[t_1, t_2[}$$



➔ Rechenzeitbedarf einer Aufgabenmenge T im Zeitintervall $[t_1, t_2[$:

Bestimmung des Rechenzeitbedarfs

$$h_{[t_1, t_2[} = \sum_{t_1 \leq r_k, D_k \leq t_2} e_k$$

- Maximale Ausführungszeit aller Arbeitsaufträge, deren
 - Auslösezeitpunkt und
 - absoluter Termininnerhalb dieses Intervalls liegt.



Zulässigkeitstest von Liu und Layland [7]

Für jede Menge von n synchronen, periodischen Aufgaben, die den Kriterien A1 - A7 (siehe IV-1/9 bzw. 43) entsprechen, findet der EDF Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, **gdw** für die CPU-Auslastung gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{p_i} \leq 1$$

- Dies gilt auch für asynchrone Aufgaben (entkräftet A2) [3]
- EDF-Algorithmus ist **optimal** [11] unter folgenden Bedingungen:
 - Aufgaben wie oben
 - Synchron oder asynchron
 - Kriterium: $U \leq 1$



Analoge Tests existieren auch für RMA und DMA [8, S. 146]





Systeme, die den Bedingungen **A1 - A7** genügen, sind mit **polynomiell**em Aufwand analysierbar.



Starke Konsequenzen bei Lockerung dieser Einschränkungen:

- Verzicht auf **A3** \leadsto **stark NP-hart** (Baruah [?])
 - Termine sind **kürzer** als die Perioden der Aufgaben.
- Verzicht auf **A4** \leadsto **stark NP-hart** (Richard [10])
 - Aufgaben **legen sich schlafen** (engl. *self-suspension*).
- Verzicht auf **A5** \leadsto **stark NP-hart** (Mok [9])
 - Der **gegenseitige Ausschluss** wird durch Semaphore gesichert.
- Verzicht auf **A7** \leadsto **stark NP-hart** (Cai [?])
 - Harmonische, periodische Aufgaben sind **nicht verdrängbar**.



Dies hat auch Auswirkungen auf die Zulässigkeitstests!



- $D_i \geq p_i$: Periodische Aufgaben mit großen Terminen
 - Kriterien von Layland/Liu und Coffman gelten nach wie vor [2]
 - Diese Kriterien sind **notwendig** und **hinreichend**
- $D_i < p_i$: Aperiodische Aufgaben sind möglich
 - **Hybride** Menge: periodische und aperiodische Aufgaben
 - Diese Kriterium ist **nur hinreichend!**

Rahmenbedingungen nach Baruah [2]

Für eine hybride Menge von n Aufgaben T , findet der EDF-Algorithmus einen zulässigen Ablaufplan, wenn gilt:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\min\{D_i, p_i\}} \leq 1$$

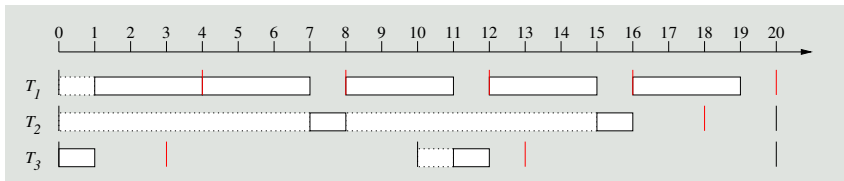
Dieser Test ist pessimistisch ...

- **Beispiel:** $T_1 = (4, 3, 4, 0)$, $T_2 = (20, 2, 18, 0)$, $T_3 = (10, 1, 3, 0)$

- $\sum_i \frac{e_i}{\min\{D_i, p_i\}} = \frac{3}{4} + \frac{2}{18} + \frac{1}{3} = \frac{43}{36} > 1$

⚠ System ist laut des Tests (siehe Folie IV-2/30) **nicht zulässig!**

☞ EDF findet jedoch einen zulässigen Ablaufplan:



- hybrides System \rightsquigarrow entsprechendes synchrones, periodisches System
 - alle sporadischen Aufgaben
 - haben Phase $\phi_i = 0$
 - treten mit ihrer maximalen Frequenz auf
- der Rechenzeitbedarf solcher Systeme ist im Intervall $[0, t[$ maximal
 - man kann zeigen: $\forall t_1, t_2 : h_{[t_1, t_2[} \leq h_{[0, t_2 - t_1[}$
- der Rechenzeitbedarf im Intervall $[0, t[$ ist:

$$h(t) = \sum_{D_i \leq t} \left(1 + \left\lfloor \frac{t - D_i}{p_i} \right\rfloor\right) e_i$$

- alle Arbeitsaufträge, die vor t beendet sein müssen
- multipliziert mit der maximalen Anzahl ihrer Aktivierungen





Der EDF-Algorithmus, erzeugt für jede hybride Menge von Aufgaben einen zulässigen Ablaufplan, **gdw**:

$$\forall t : h(t) \leq t$$

- entspricht direkt dem Satz von Spuri (S. Folie IV-2/28)
- ist als Kriterium aber so nicht brauchbar
 - schließlich gibt es unendlich viele Intervalle $[0, t[$
 - alle zu überprüfen ist einfach unmöglich



Einschränkung der zu überprüfenden Intervalle





Liu und Layland [7]

Kann der EDF-Algorithmus für eine Menge periodischer Aufgaben keinen zulässigen Ablaufplan finden, so wird ein Termin im ersten Tätigkeitsintervall verpasst.

- innerhalb eines Tätigkeitsintervall ist der Prozessor nie untätig
 - eine Phase kontinuierlicher Prozessorauslastung
- diese Eigenschaft wurde später auch gezeigt für
 - Mengen synchroner, periodischer Aufgaben mit $D_i \leq p_i$ und
 - generische Mengen synchroner, periodischer Aufgaben
- sei L nun die Länge des ersten Tätigkeitsintervalls
 - die maximale Länge des zu prüfenden Intervalls ist nun beschränkt
- $h(t) \leq t$ muss nicht für alle Zeitpunkte in $[0, t[$ geprüft werden
 - $\{e_1, e_2, \dots\} = mp_i + D_i; i = 1 \dots n, m = 0, 1, \dots$
 - wobei alle $e_i < L$ genügen
 - Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung eines Arbeitsauftrags



- Antwortzeit ω_i
 - Zeitdauer zwischen Auslösezeit und Terminationszeitpunkt (siehe III-2/26)
- Idee: Antwortzeitanalyse
 - Terminationszeitpunkt vor dem absoluten Termin d_i
 - Antwortzeit ω_i kürzer als der relative Termin D_i
 - Für jeden Auftrag $J_{i,j}$ in der Aufgabe: $T_i : \omega_{i,j} \leq D_{i,j}$
- Voraussetzungen
 - Bedingungen A1 - A7 müssen eingehalten werden
 - Konzept ist jedoch erweiterbar

Probleme

- Wie berechnet man die Antwortzeit?
- Wann wird die maximale Antwortzeit erreicht?



- Antwortzeit ω_i der Aufgabe T_i berechnet sich zu:

$$\omega_i(t) = e_i + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{t}{p_k} \right\rceil e_k; 0 < t \leq p_i$$

- Aufgabe terminiert bevor das Ereignis (Periode) erneut eintritt
- Setzt sich zusammen aus:
 - WCET e_i von T_i
 - WCETs e_1, \dots, e_{i-1} der Aufgaben T_1, \dots, T_{i-1} höherer Priorität
- Prüfung: $\omega_i(t) \leq t$
 - $t = jp_k; k = 1, 2, \dots, i; j = 1, 2, \dots, \lfloor \min(p_i, D_i) / p_k \rfloor$
 - Zeitbedarf erhöht sich nur bei Auslösung dringlicherer Aufgaben
 - Bis das Ereignis erneut eintritt/der Termin der Aufgabe erreicht ist



Ist die Ungleichung für **einen** Zeitpunkt t erfüllt, ist T_i **zulässig**



Beispiel: Berechnung der maximalen Antwortzeit

Aufgaben: $T_1 = (3, 1, 3, \phi_1)$, $T_2 = (5, 1.5, 5, \phi_2)$, $T_3 = (7, 1.25, 7, \phi_3)$, $T_4 = (9, 0.5, 9, \phi_4)$

■ Antwortzeit ω_1 von T_1

■ $\omega_1(3) = 1 \leq 3 \rightsquigarrow$ zulässig

■ Antwortzeit ω_2 von T_2

■ $\omega_2(3) = 1.5 + \left\lceil \frac{3}{3} \right\rceil 1 = 2.5 \leq 3 \rightsquigarrow$ zulässig

■ Antwortzeit ω_3 von T_3

■ $\omega_3(3) = 1.25 + \left\lceil \frac{3}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{3}{5} \right\rceil 1.5 = 3.75 > 3$

■ $\omega_3(5) = 1.25 + \left\lceil \frac{5}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{5}{5} \right\rceil 1.5 = 4.75 \leq 5 \rightsquigarrow$ zulässig

■ Antwortzeit ω_4 von T_4

■ $\omega_4(3) = 0.5 + \left\lceil \frac{3}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{3}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{3}{7} \right\rceil 1.25 = 4.25 > 3$

■ $\omega_4(5) = 0.5 + \left\lceil \frac{5}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{5}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{5}{7} \right\rceil 1.25 = 5.25 > 5$

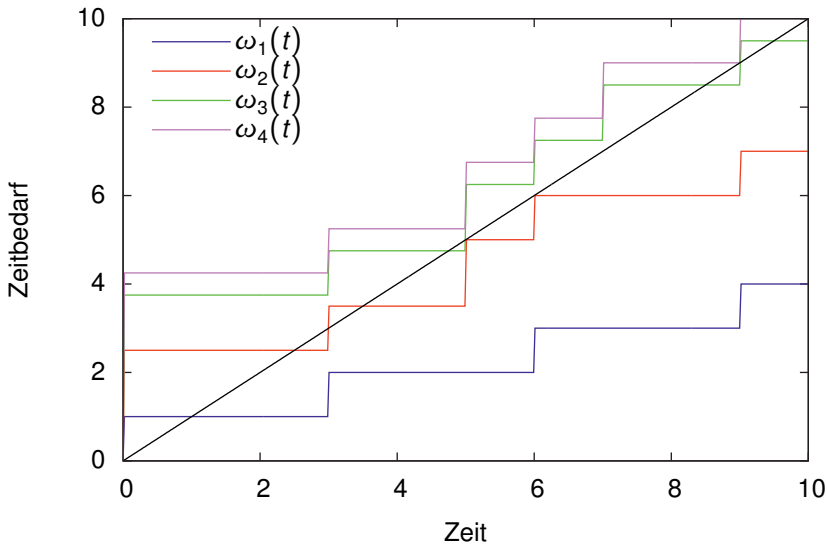
■ $\omega_4(6) = 0.5 + \left\lceil \frac{6}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{6}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{6}{7} \right\rceil 1.25 = 6.75 > 6$

■ $\omega_4(7) = 0.5 + \left\lceil \frac{7}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{7}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{7}{7} \right\rceil 1.25 = 7.75 > 7$

■ $\omega_4(9) = 0.5 + \left\lceil \frac{9}{3} \right\rceil 1 + \left\lceil \frac{9}{5} \right\rceil 1.5 + \left\lceil \frac{9}{7} \right\rceil 1.25 = 9.00 \leq 9 \rightsquigarrow$ zulässig



Zeitbedarfsfunktionen der Aufgaben T_1 , T_2 , T_3 und T_4





Kritischer Zeitpunkt (engl. *critical instant*) \mapsto **maximale Antwortzeit**

\rightarrow Auslösung eines Arbeitsauftrags an seinem kritischen Zeitpunkt

- An seinem kritischen Zeitpunkt ausgelöster Auftrag $J_{i,j}$ einer Aufgabe T_i :

\rightarrow Erfährt die **maximale Antwortzeit** aller Aufträge in T_i

- Falls alle Arbeitsaufträge ihre Termine einhalten

\rightarrow **Verpasst seinen Termin**

- Falls irgendein Arbeitsauftrag in T_i seinen Termin verpasst



Kritischer Zeitpunkt in Systemen mit statischen Prioritäten [7]

\rightarrow Falls **zusammen** mit einem Arbeitsauftrag der Aufgabe T_i Aufträge aller Aufgaben **höherer Priorität** T_1, \dots, T_{i-1} ausgelöst werden



Kritischer Zeitpunkt in Systemen mit dynamischen Prioritäten

- Lässt sich ein solcher kritischer Zeitpunkt **nicht** identifizieren

\rightarrow Antwortzeitanalyse ist hier **ungeeignet**



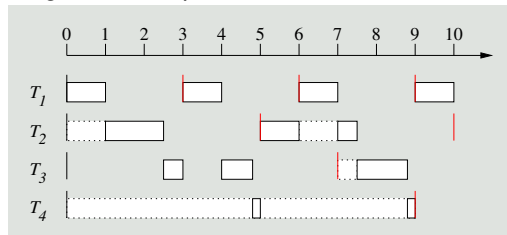


- Vorteil** ■ Analysemethoden: **komplex** und schwer verständlich
- Planungsalgorithmen: relativ **einfach**
- Konstruktion eines Ablaufplans!

Voraussetzung ■ Simulation muss den *worst case* treffen

Lösung ■ Simulation muss am kritischen Zeitpunkt beginnen

Vergleiche Beispiel auf s. Folie IV-2/34



☞ Methode, die in vielen industriellen Werkzeugen vorzufinden ist



Relative Planbarkeit – Prioritätsabbildung

Einfluss der Anzahl von Systemprioritäten auf die Planbarkeit eines Systems



Verschlechterung der Planbarkeit bei wenigen verfügbaren Systemprioritäten ($\Omega_n \gg \Omega_s$) zu erwarten

- Sei g das Minimum von Verhältniswerten des Prioritätsrasters (s. IV-2/12)
- Für RM für große n und $D_i = p_i$ für alle i wurde gezeigt [6], dass für die **planbare Auslastung** (engl. *schedulable utilization*) gilt:
$$\ln(2g) + 1 - g \quad \text{falls } g > 1/2$$
$$g \quad \text{falls } g \leq 1/2$$
- Das Verhältnis dieser Auslastung zu $\ln(2)$ ist ein Maß für die **relative Planbarkeit** des gegebenen Systems

- **Beispiel:** 100 000 Aufgaben (evtl. noch vielmehr Aufträge), d.h., $\Omega_n = 100\,000$
 - Die relative Planbarkeit bei $\Omega_s = 256$ ist gleich 0.9986



RM: Für komplexeste Tasksysteme reichen schon **256 Prioritätsebenen**



- 1 Einplanung
 - Gebräuchliche Verfahren
 - Statische Prioritäten
 - Prioritätsabbildung
 - Dynamische Prioritäten
- 2 Optimalität
 - RM, DM & EDF
 - Ereignisgesteuerte Ablaufplanung
- 3 Planbarkeitsanalyse
 - CPU-Auslastung
 - Antwortzeitanalyse
 - Prioritätsabbildung
- 4 Zusammenfassung



Ablaufplanung gebräuchliche, ereignisgesteuerte Verfahren

- **statische Prioritäten** \leadsto RM, DM
 - Prioritätsabbildung im Falle nicht ausreichender Systemprioritäten
- **dynamische Prioritäten** \leadsto EDF

Optimalität und Nichtoptimalität von RM, DM und EDF

- Hängt von den Eigenschaften der betrachteten Aufgaben ab
- Nichtoptimalität von statischen Prioritäten und Ereignissteuerung

Planbarkeitsanalyse ereignisgesteuerter Ablaufplanungsverfahren

- maximalen, kumulativen CPU-Auslastung und Antwortzeitanalyse
- relative Planbarkeit im Falle nicht ausreichender Systemprioritäten



- [1] *Kapitel 28.*
In: Baruah, S. ; Goossens, J. :
Scheduling Real-time Tasks: Algorithms and Complexity.
Chapman & Hall/CRC, 2004 (Computer and Information Science series)

- [2] Baruah, S. ; Mok, A. ; Rosier, L. :
Preemptively scheduling hard-real-time sporadic tasks on one processor.
(1990), Dez., S. 182–190.
<http://dx.doi.org/10.1109/REAL.1990.128746>. –
DOI 10.1109/REAL.1990.128746

- [3] Coffman, E. G.:
Computer and Job-shop Scheduling Theory.
John Wiley & Sons Inc, 1976. –
ISBN 978–0471163190

- [4] Hildebrand, D. :
An Architectural Overview of QNX.
In: *Proceedings of the USENIX Workshop on Microkernels and Other Kernel Architectures.*
Seattle, WA, USA, Apr. 27–28, 1992, S. 113–126


- [5] IEEE Standard 802.5:
Token Ring Access Method and Physical Layer Specification.
IEEE, New York, 1989

- [6] Lehoczky, J. P. ; Sha, L. :
Performance of Real-Time Bus Scheduling Algorithms.
In: *ACM Performance Evaluation Review* 14 (1986), Mai, Nr. 1, S. 44–55
- [7] Liu, C. L. ; Layland, J. W. :
Scheduling Algorithms for Multiprogramming in a Hard-Real-Time Environment.
In: *Journal of the ACM* 20 (1973), Nr. 1, S. 46–61.
<http://dx.doi.org/http://doi.acm.org/10.1145/321738.321743>. –
DOI <http://doi.acm.org/10.1145/321738.321743>. –
ISSN 0004–5411
- [8] Liu, J. W. S. :
Real-Time Systems.
Englewood Cliffs, NJ, USA : Prentice Hall PTR, 2000. –
ISBN 0–13–099651–3
- [9] Mok, A. K. :
Fundamental design problems of distributed systems for the hard real-time environment, MIT,
Diss., 1983
- [10] Richard, P. :
On the complexity of scheduling real-time tasks with self-suspensions on one processor.
In: *Proceedings. 15th Euromicro Conference on Real-Time Systems (ECRTS 2003)* (2003), Jul.,
S. 187–194



- [11] Spuri, M. :
Earliest Deadline Scheduling in Real-Time Systems, Scuola Superiore S. Anna, Pisa,
Dissertation, 1996
- [12] Wind River Systems, Inc.:
Wind River Homepage.
<http://www.windriver.com>,



 Mathematische Ansätze zur zeitlichen Analyse periodischer Echtzeitsysteme bedingen häufig starke Einschränkungen:

- A1** Alle Aufgaben sind periodisch
- A2** Alle Arbeitsaufträge können an ihren Auslösezeitpunkten eingeplant und ausgeführt werden
- A3** Termine und Perioden sind identisch
- A4** Kein Arbeitsauftrag gibt die Kontrolle über den Prozessor ab
- A5** Alle Aufgaben sind unabhängig³
- A6** Die Kosten durch Unterbrechungen, Ablaufplanung und Verdrängung sind vernachlässigbar
- A7** Alle Aufgaben verhalten sich voll-präemptiv

³D.h. die einzige gemeinsame Ressource ist die CPU und es existieren keine Einschränkungen hinsichtlich der Auslösezeiten der Arbeitsaufträge voneinander.



Typographische Konvention

Der erste Index gibt die Aufgabe an (z.B. D_i), der Zweite (optional) bezieht sich auf den Arbeitsauftrag (z.B. $d_{i,j}$). Exponenten zeigen verschiedene Varianten einer Eigenschaft an (z.B. T^{HI}, T^{MED}, T^{LO}). Funktionen beschreiben zeitlich variierende Eigenschaften (z.B. $P(t)$).

Eigenschaften

t (Real-)Zeit
 d Zeitverzögerung (engl. delay)

Strukturelemente

E_i Ereignis (engl. event)
 R_i Ergebnis (engl. result)
 T_i Aufgabe (engl. task)
 $J_{i,j}$ Arbeitsauftrag (engl. job) der Aufgabe T_i

Temporale Eigenschaften

Allgemein

r_i Auslösezeitpunkt
(engl. release time)
 e_i Maximale Ausführungszeit (WCET)
 D_i Relativer Termin (engl. deadline)
 d_i Absoluter Termin
 ω_i Antwortzeit (engl. response time)
 σ_i Schlupf (engl. slack)

Periodische Aufgaben

p_i Periode (engl. period)
 ϕ_i Phase (engl. phase)

Aufgaben – Tupel

$T_p = (\rho, e, D, \phi)$ Periodische Aufgabe ohne Priorität (zeitgesteuert oder dynamische Taskpriorität), $D = p$ und $\phi = 0$ sind der Reihe nach optional

Ablaufplanung

P_i Priorität (engl. priority) der Aufgabe
 T_i
 Ω_i Prioritätsebenen (engl. number of priorities)
 h_{Δ_i} Rechenzeitbedarf (engl. demand)
 u_{Δ_i} CPU-Auslastung (engl. utilisation)
 U Absolute CPU-Auslastung

